	REPÚBLICA DE COLOMBIA **SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE PALMIRA** **“INSTITUCIÓN EDUCATIVA “DE ROZO”** **Aprobada por Resolución Nº 0835 del 20 de FEBRERO de 2.017**	educador digital

INFORMACIÓN GENERAL **GUÍA DE APRENDIZAJE No. 1**	
ÁREA O ASIGNATURA:	**Pensamiento lógico**
NOMBRE DE LA GUIA(S):	Medidas de los ángulos.
DURACIÓN (MES)	12 de Marzo – 31 de marzo 2021
DOCENTE(S):	Duivan Anderson Alvarez y Frederick Ramirez
GRADO:	**Once**
PERIODO:	Uno
OBJETIVO DE APRENDIZAJE y/o DBA:	DBA 5 grado 10 Reconoce cada una de las secciones cónicas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.

INTRODUCCIÓN: Leer cuidadosamente toda la introducción

Esta guía tendrá como objetivo comprender los lugares geométricos y las extensiones entre distancias
Está constituida por varias partes distribuidas así: **¿Qué voy a aprender?** hace alusión a los aprendizajes que se van a alcanzar con esta guía **Lo que debería saber,** esta sección hace alusión a los conocimientos previos que debería tener. Después viene la sección **Lo que estoy aprendiendo**. Luego viene una sección en la que se hacen las actividades y esa sección se llama **practico lo que aprendí** en donde estarán las actividades, la última sección es una autoevaluación para dar sus impresiones y evaluar su propio aprendizaje, así como la guía misma esta sección se llama **¿cómo sé que aprendí?** y.

¿Qué voy a aprender?

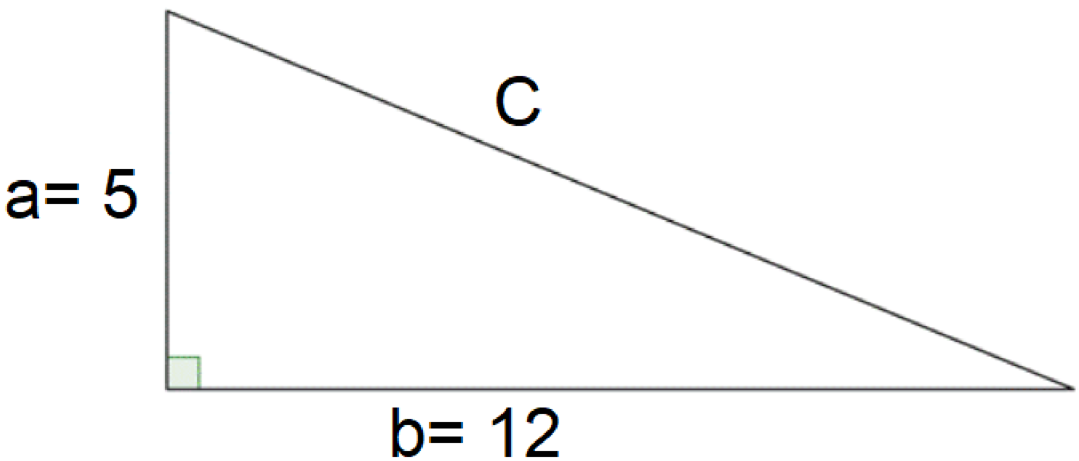
Esta guía estará diseñada a partir de conocimientos propios, las actividades de los libros vamos aprender matemáticas, así como algunos recursos tomados de la web como contenidos para aprender.

Lo que vamos a aprender es:

- En esta guía vas a aprender a hallar la distancia entre dos puntos a partir de coordenadas cartecianas.
- Determinar la ecuación de la circunferencia dados algunos elementos.
- Graficar la circunferencia a partir de su ecuación.

Que deberia saber

Hallar el valor del lado c del siguiente triangulo rectangulo



Grafica el punto (3,7)

Lo que estoy aprendiendo

Camilo ha ubicado en un plano cartesiano (Figura 5.1) la posición de las casas de sus amigos.

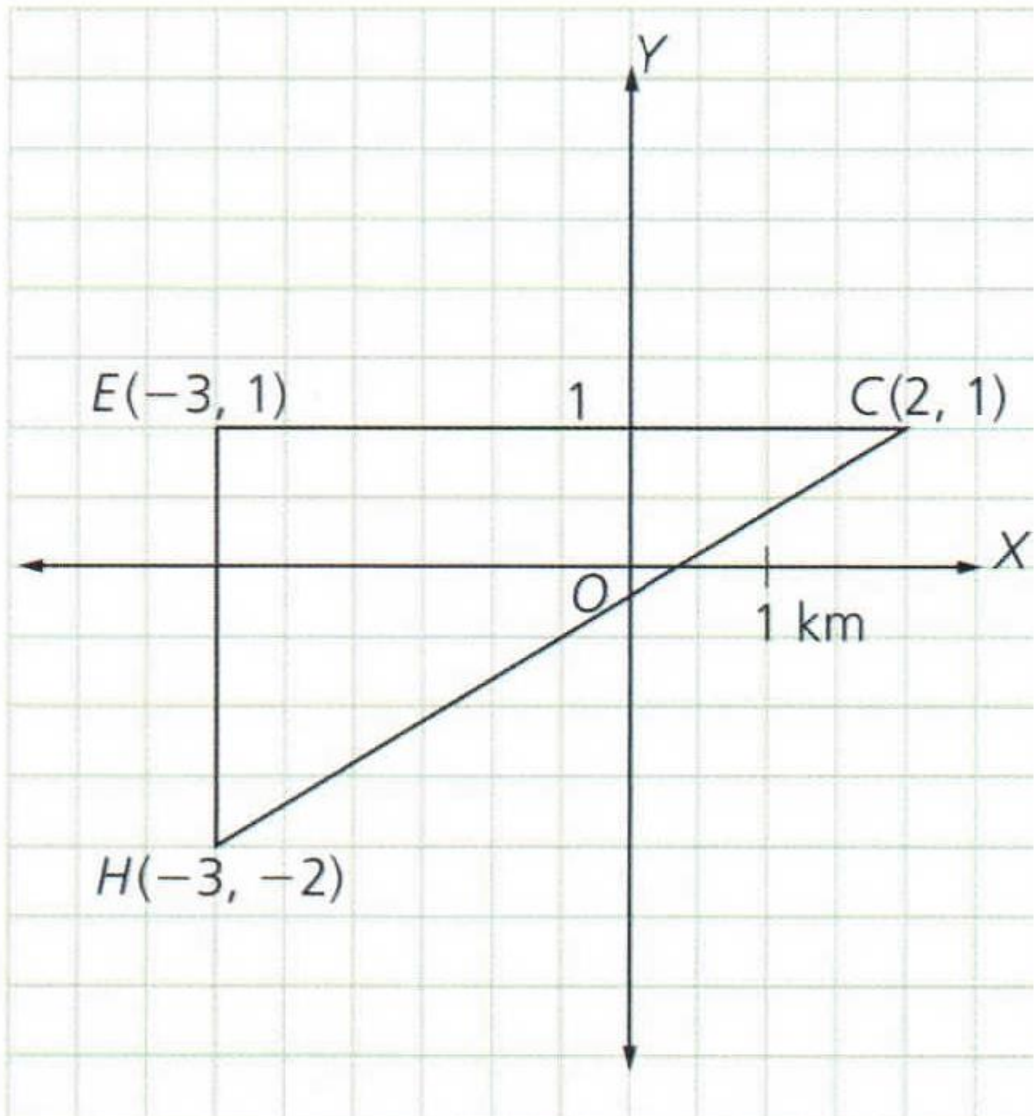


Figura 5.1

- ¿Qué distancia hay entre la casa de cada uno?

Distancia entre dos puntos

En el plano, la casa de Camilo está ubicada en el primer cuadrante y sus coordenadas son (2, 1), donde 2 corresponde a la distancia sobre el eje X (**abscisa**) desde el **origen O** y 1, a la distancia sobre el eje Y u **ordenada** desde **O**.

Para saber la distancia entre la casa de Camilo y la de Erika ($E(-3, 1)$) se halla la distancia horizontal, ya que sus coordenadas tienen la misma ordenada.

$$CE = |2 - (-3)| = |5| = 5 \text{ km}$$

Dados dos puntos P y Q con la misma ordenada, la **distancia entre *P* y Q** es el valor absoluto de la diferencia entre las abscisas. Así, la distancia entre $P(x_1, y)$ y $Q(x_2, y)$, es:

$$PQ = |x_1 - x_2| = |x_2 - x_1|$$

Para saber la distancia entre la casa de Hernán ($H(-3, -2)$) y la casa de Erika se halla la distancia vertical, puesto que sus coordenadas tienen la misma abscisa.

$$HE = |-2 - 1| = |-3| = 3 \text{ km}$$

Dados dos puntos P y Q con la misma abscisa, la **distancia entre *P* y Q** es el valor absoluto de la diferencia entre las ordenadas. Así, la distancia entre $P(x, y_1)$ y $Q(x, y_2)$, es:

$$PQ = |y_1 - y_2| = |y_2 - y_1|$$

Finalmente, para encontrar la distancia entre la casa de Camilo y la casa de Hernán se construye el triángulo rectángulo CEH y se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el valor de la hipotenusa que corresponde a tal distancia:

$$(CH)^2 = (CE)^2 + (HE)^2$$

Se reemplazan CE y HE que corresponden a los catetos del triángulo CEH:

$$(CH)^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2$$

Se despeja CH:

$$CH = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2}$$

Como $|x_2 - x_1|^2 = (x_2 - x_1)^2$ y $|y_2 - y_1|^2 = (y_2 - y_1)^2$, entonces:

$$CH = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ya que las coordenadas de la casa de Camilo son (2, 1) y las de la casa de Hernán son $(-3, -2)$, la distancia entre estas es:

$$d(C, H) = \sqrt{(2-(-3))^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{34}\ \text{km}$$

La **distancia entre dos puntos** cualesquiera $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ del plano (Figura 5.2), se denota $d(P, Q)$ y se determina mediante la fórmula:

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

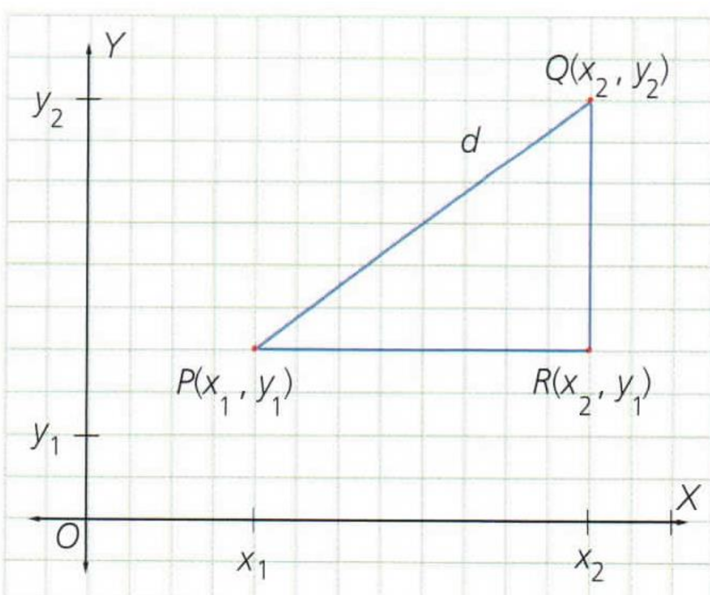


Figura 5.2

La circunferencia

Problema de introducción

Un patinador recorre todos los días una pista circular que tiene un diámetro de 50 m.

- ¿Cuántos metros recorre el patinador al dar una vuelta?

Para conocer la cantidad de metros que recorre el patinador al dar una vuelta a la pista, se utiliza la expresión que permite calcular la longitud de una circunferencia, esto es $L_c = 2\pi r$.

Como el valor del diámetro corresponde a dos veces el valor del radio, entonces:

$$L_c = 2\pi(25 \text{ m}) = 157{,}08 \text{ m}$$

Por tanto, el patinador recorre 157,08 m al dar una vuelta a la pista.

Se llama **circunferencia** al lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a un punto fijo, denominado **centro**, es constante. A dicha distancia constante se le conoce como **radio**.

5.1 Elementos de la circunferencia

En la Figura 5.42 se representan los elementos de una circunferencia.

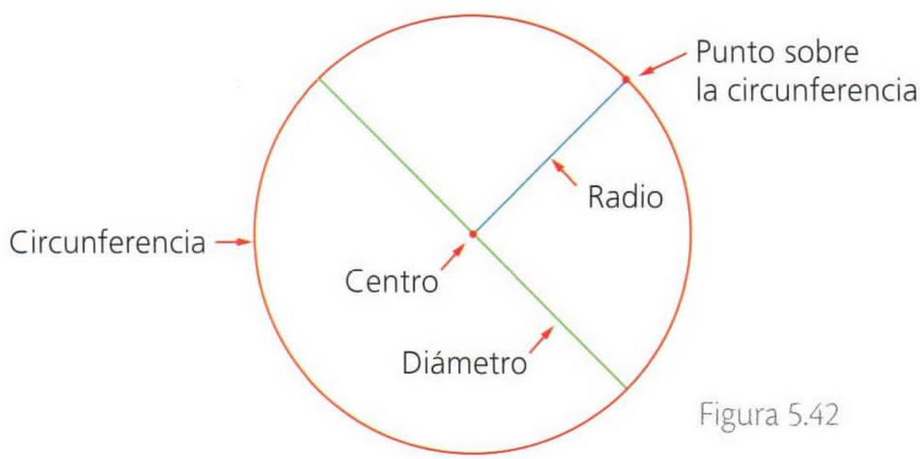


Figura 5.42

5.2 Ecuación canónica de la circunferencia con centro en (0, 0)

En una circunferencia con centro $C(0, 0)$, radio r y $P(x, y)$ un punto cualquiera sobre la circunferencia (Figura 5.43), se cumple que $d(C, P) = r$.

Si se utiliza la fórmula de la distancia, se tiene que:

$$d(C, P) = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

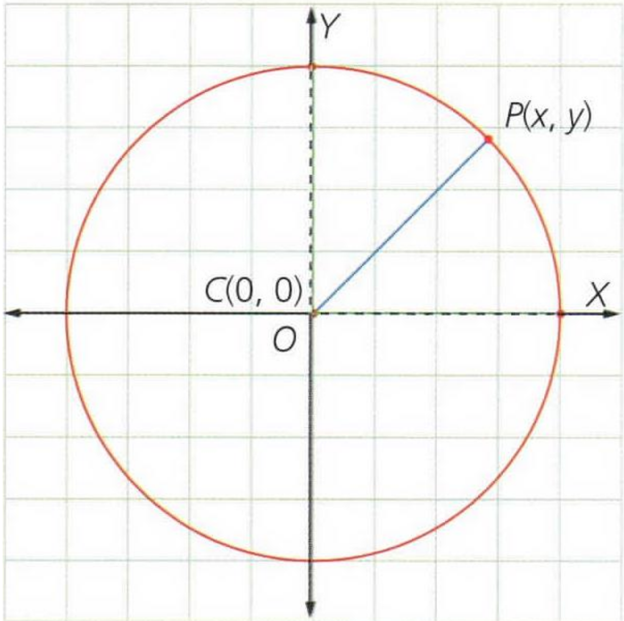


Figura 5.43

Al elevar al cuadrado ambos lados de la igualdad, se obtiene la **ecuación canónica de la circunferencia con centro en (0, 0)**.

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Ejemplo 1

El centro de la circunferencia que tiene por ecuación $x^2 + y^2 = 9$, es $(0, 0)$ y su radio r es 3, porque $3^2 = 9$.

Con estos datos en la Figura 5.44 se representa la circunferencia correspondiente.

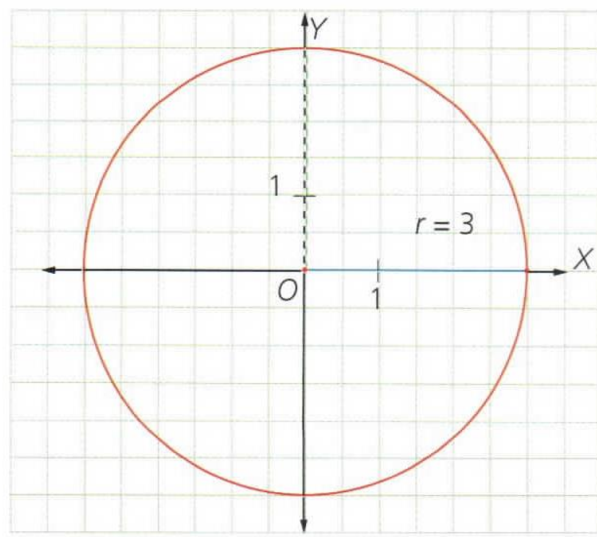
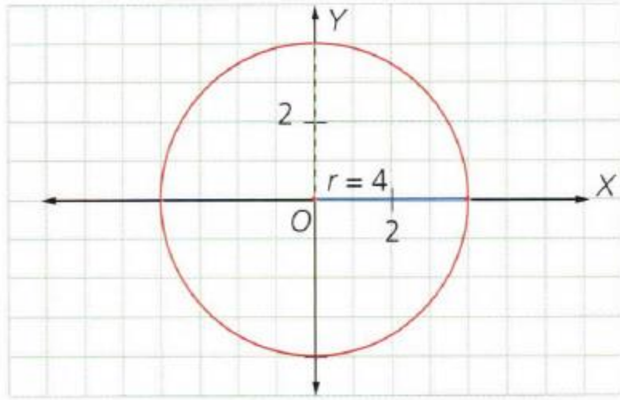


Figura 5.44

Ejemplo 2

Si se quiere hallar la ecuación de la circunferencia representada en la Figura 5.45, primero se identifica que el centro de la circunferencia es (0, 0) y el valor del radio 4. Luego, se reemplazan estos valores en la ecuación canónica.

$x^2 + y^2 = r^2$
$x^2 + y^2 = 4^2$
$x^2 + y^2 = 16$



La ecuación canónica de la circunferencia es $x^2 + y^2 = 16$.

Ejemplo 3

Para comprobar que $P(-3, 4)$ pertenece a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 25$, se reemplaza la coordenada (x, y) en la ecuación canónica por las coordenadas de P y se verifica que se cumpla la igualdad.

$$x^2 + y^2 = (-3)^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

Como al reemplazar la coordenada del punto P en la ecuación se satisface la igualdad, entonces el punto pertenece a la circunferencia.

Ecuación canónica de la circunferencia con centro en (h,k)

$$r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$$

Ejemplo

Para determinar la ecuación canónica de la circunferencia con centro $C(-2, 3)$ y radio 4, se sustituyen los valores de las coordenadas del centro ($h = -2$ y $k = 3$), y el valor del radio ($r = 4$) en la ecuación canónica.

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$
$$(x - (-2))^2 + (y - 3)^2 = 4^2$$
$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$$

En la Figura 5.49 se representa esta circunferencia.

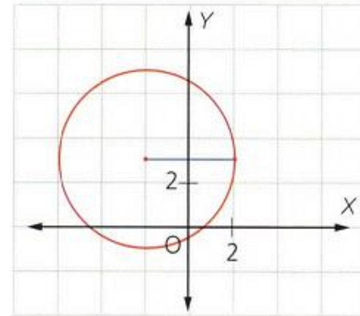


Figura 5.49

Ejemplo

Para hallar el valor del radio y las coordenadas del centro de la circunferencia cuya ecuación canónica es $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 25$, se expresa 25 como 5^2. En la ecuación $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 5^2$ se identifican los valores $h = 4$, $k = -2$ y $r = 5$. Por lo tanto, el centro de la circunferencia es $(4, -2)$ y el radio es 5. En la Figura 5.50 se representa esta circunferencia.

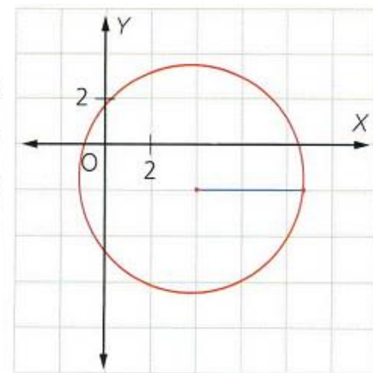


Figura 5.50

Ejemplo

A fin de determinar la ecuación canónica de la circunferencia representada en la Figura 5.51, se sustituyen los valores de las coordenadas del centro ($h = -2$ y $k = 0$) y el radio ($r = 3$) en la ecuación canónica.

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$
$$(x - (-2))^2 + (y - 0)^2 = 3^2$$
$$(x + 2)^2 + y^2 = 9$$

Por lo tanto, la ecuación canónica de la circunferencia representada en la Figura 5.51 es:

$$(x + 2)^2 + y^2 = 9$$

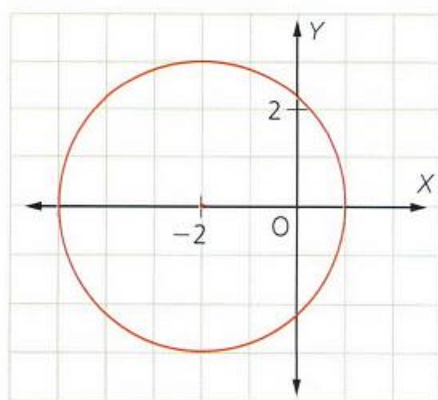


Figura 5.51

Ejemplo

Para determinar la ecuación canónica de la circunferencia cuyas coordenadas de los extremos de uno de sus diámetros son $Q(-3, 2)$ y $R(-3, -4)$ se halla la coordenada del centro de la circunferencia con la fórmula del punto medio.

$$M\left(\frac{-3+(-3)}{2}, \frac{2+(-4)}{2}\right) = (-3, -1)$$

Para determinar el radio de la circunferencia, se reemplazan los valores de las coordenadas del centro $(-3, -1)$ y de uno de los puntos dados en la ecuación canónica.

$$\begin{aligned} (x-(-3))^2 + (y-(-1))^2 &= r^2 \\ (x+3)^2 + (y+1)^2 &= r^2 \\ (-3+3)^2 + (2+1)^2 &= r^2 \\ 0^2 + 3^2 &= r^2 \\ 9 &= r^2 \\ 3 &= r \end{aligned}$$

Entonces, la ecuación canónica es $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 9$ (Figura 5.52).

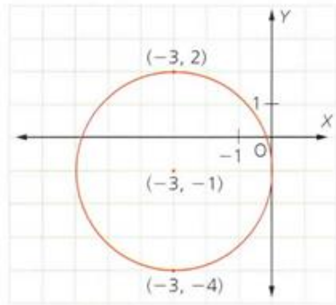


Figura 5.52

Practico lo que aprendí

Actividades de aprendizaje

Comunicación

1 Represente cada circunferencia en el plano.

a. $x^2 + y^2 = 81$

b. $x^2 = -y^2 + 4$

c. $x^2 + y^2 = \frac{4}{9}$

Ejercitación

2 Halla la ecuación canónica de cada circunferencia de acuerdo con las condiciones dadas y sabiendo que el centro es $(0, 0)$.

a. $r = 6$

b. Pasa por el punto $(-4, -2)$

c. $r = \sqrt{5}$

d. Pasa por el punto $(0, -7)$

3 Observa el plano y determina la distancia entre el par de puntos indicados en cada caso.

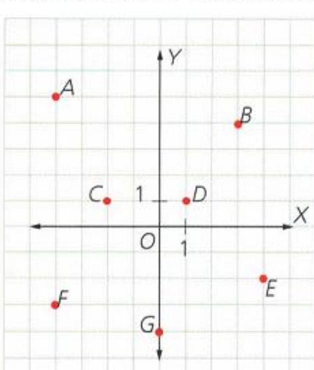


Figura 5.8

a. $d(A, B)$ b. $d(A, C)$ c. $d(B, F)$

d. $d(A, G)$ e. $d(D, A)$ f. $d(A, E)$

Ejercitación

4 Halla el perímetro del triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1, 0)$, $B(1, 23)$ y $C(3, 4)$.

Comunicación

1 Representa cada circunferencia en el plano.

a. $x^2 + y^2 = 81$

b. $x^2 = -y^2 + 4$

c. $x^2 + y^2 = \frac{4}{9}$

Ejercitación

2 Halla la ecuación canónica de cada circunferencia de acuerdo con las condiciones dadas y sabiendo que el centro es $(0, 0)$.

a. $r = 6$

b. Pasa por el punto $(-4, -2)$

c. $r = \sqrt{5}$

d. Pasa por el punto $(0, -7)$

3 Observa el plano y determina la distancia entre el par de puntos indicados en cada caso.

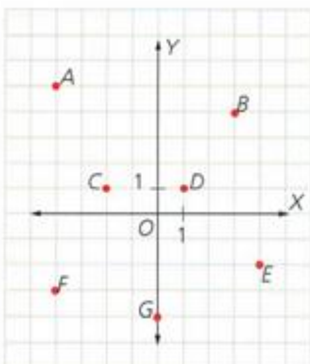


Figura 5.8

a. $d(A, B)$

b. $d(A, C)$

c. $d(B, F)$

d. $d(A, G)$

e. $d(D, A)$

f. $d(A, E)$

Ejercitación

4 Halla el perímetro del triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1, 0)$, $B(1, 23)$ y $C(3, 4)$.

5 Verifica, en cada caso, si el punto P pertenece a la circunferencia dada.

a. $P(2, 3)$; $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$

b. $P(-1, 2)$; $(x - 1)^2 + y^2 = 9$

Razonamiento

6 Sigue el procedimiento.

a. Empieza dibujando el triángulo con vértices en los puntos dados. (Figura 5.53)

b. Traza las rectas perpendiculares a dos de los lados del triángulo que pasen por sus correspondientes puntos medios (mediatrices). (Figura 5.54)

c. Con un compás, haz centro en el punto de intersección de las dos mediatrices, ábrelo hasta uno de los tres puntos y traza una circunferencia. ¿Pasa por los tres puntos?

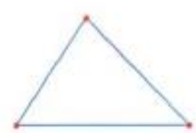


Figura 5.53

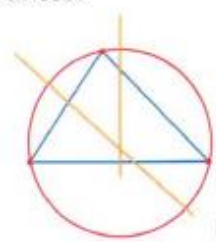


Figura 5.54

¿Cómo sé que aprendí?

Razonamiento

1 Encuentra el valor de x si la distancia entre los puntos $M(3, 29)$ y $N(x, 25)$ es 10.

2 Halla los vértices restantes de las siguientes figuras.

a. De un cuadrado de lado 5 cm, donde dos vértices consecutivos tienen por coordenadas $A(-3, 2)$ y $B(-1, -1)$.

b. El tercer vértice de un triángulo rectángulo si los vértices que son extremos de la hipotenusa tienen coordenadas $A(2, -1)$ y $B(-1, 3)$.

4 Halla la ecuación canónica de cada circunferencia.

a.

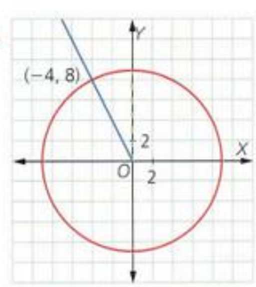


Figura 5.46

b.

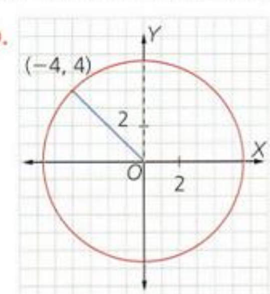


Figura 5.47

Resolución de problemas

3. Verifica en cada caso si el punto P pertenece a la circunferencia dada.

   a. $P(5{,}66, -2)$; $x^2 + y^2 = 36$

   b. $P(4, 2)$; $x^2 + y^2 = 20$

5. Escribe la ecuación canónica de cada circunferencia según las condiciones dadas.

   a. Es tangente a ambos ejes y tiene como centro la coordenada $(-3, 3)$.

   b. Los extremos de uno de sus diámetros tienen las coordenadas $(0, 4)$ y $(10, 4)$.

   c. Tiene el mismo radio de la circunferencia con ecuación $x^2 + y^2 = 7$, pero su centro tiene coordenadas $(-7, 0)$.

   d. Se obtiene al trasladar 6 unidades hacia abajo y 3 unidades a la derecha la circunferencia con ecuación $x^2 + y^2 = 7$.

Que aprendí

Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste *¡Debes de ser muy sincero!*

1. ¿Qué fue lo que más te causo dificultas al resolver las tareas de la guía?
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
3. ¿Qué fue lo que te pareció más fácil en la guía?
4. Con tus palabras escribe qué aprendiste

¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para que entiendas mejor lo que se te propone?

Cibergrafía

Referencias

Educación, M. d. (2008). Contenidos para aprender.
MIneducación. (2015). *Vamos a aprender matematicas 11*. Bogota: Graphics.

Anexos

En el triángulo anterior, tenemos las medidas de los catetos *a* y *b*: 5 y 12, respectivamente. Puedes usar el Teorema de Pitágoras para encontrar el valor de la longitud de *c*, la hipotenusa.

$a^2 + b^2 = c^2$	El Teorema de Pitágoras.
$(5)^2 + (12)^2 = c^2$	Sustituir los valores conocidos para ***a*** y *b*.
$25 + 144 = c^2$	Evaluar.
$169 = c^2$	Simplificar. Para encontrar el valor de ***c***, piensa sobre un número que, cuando se multiplica por sí mismo, es igual a 169. ¿Funciona el 10? ¿O el 11? ¿12? ¿13? (Puedes usar una calculadora para multiplicar los números que no son familiares)
$13 = c$	La raíz cuadrada de 169 es 13

Solución a la gráfica del punto (3,7)

Recuerda que las coordenadas siempre son parejas (x,y) y además la primera coordenada en este caso 3 es sobre el eje x es decir que nos movemos tres unidades desde 0 hasta tres como se ve en la grafica pintado con negro y la coordenada 7 es sobre el eje y es decir que nos movemos siete unidades hacia arriba desde cero como se ve con la línea pintada en gris.