	REPÚBLICA DE COLOMBIA **SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE PALMIRA** **"INSTITUCIÓN EDUCATIVA "DE ROZO"** **Aprobada por Resolución Nº 0835 del 20 de FEBRERO de 2.017**	

INFORMACIÓN GENERAL GUÍA DE APRENDIZAJE No. 1	
ÁREA O ASIGNATURA:	**MATEMÁTICAS**
NOMBRE DE LA GUIA(S):	Guía No.1:
DURACIÓN (MES)	4 Semanas – 01 Marzo – 31 de Marzo 2021
DOCENTE(S):	Alexandra Gallego, Daniela Rayo Álvarez, Frederick Steve Ramírez Rivadeneira y María Eliza Escobar
GRADO:	Noveno (9º)
PERIODO:	Uno
OBJETIVO DE APRENDIZAJE y/o DBA:	1. Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos. 2. Interpretar la información representada en tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos y decidir cuál es la medida de tendencia central que mejor representa el comportamiento de dicho conjunto. 3. Aplicar y justificar criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.

INTRODUCCIÓN

La presente guía corresponde al área de matemáticas del grado noveno y se divide en tres (3) asignaturas: matemáticas, geometría y estadística. Aquí encontraras el paso a paso para el desarrollo de la misma. Cabe resaltar, que las actividades serán presentadas por cada docente asignado; es decir, que, quién dará las orientaciones e indicaciones respectivas es el profesor que estará en su horario académico. A continuación, se detalla el tema por asignatura:

No	Asignatura	Tema
1	**Matemáticas**	Los números reales
2	**Estadística**	Tabla de datos agrupados
3	**Geometría**	Los criterios para determinar congruencia entre figuras

1. Asignatura: Matemáticas

Tema: Los números reales

¿Qué voy a aprender?

El conjunto de números racionales no es suficiente para resolver algunos problemas algebraicos y geométricos. Por ejemplo, hallar la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1 (Zill y Dewar, 1996). En la antigüedad, Pitágoras y sus seguidores creían que todas las cantidades podían ser expresadas como la razón a/b de dos números enteros, paradójicamente fueron ellos quienes descubrieron los números irracionales. En esta guía se abordaran los números irracionales, los números reales y las propiedades que cumplen las operaciones tanto de adición como multiplicación, de los números reales.

Para la diagonal del cuadrado

De acuerdo con el teorema de Pitágoras $1^2 + 1^2 = d^2$

De donde se tiene $2 = d^2$

$\sqrt{2} = d$

Es decir d es un número tal, que al multiplicarlo por sí mismo da como resultado 2.

Al digitar en una calculadora la raíz de 2, observamos que la raíz con 7 decimales es $\sqrt{2} = 1{,}4142135$

Pero al multiplicar este número por él mismo

$1{,}4142135 \times 1{,}4142135 = (1{,}4142135)^2$

El resultado es 1,99999982358225, casi es el valor de 2. El desarrollo de la historia ha encontrado expresiones decimales que son aproximaciones de $\sqrt{2}$ sin que el valor sea exacto y sin encontrar un periodo que permita llevar dicha expresión a encontrarle una forma $\frac{a}{b}$.

Lo que estoy aprendiendo

Un nuevo sistema numérico: los números irracionales

Lee con atención el siguiente texto, que presenta la demostración de que $\sqrt{2}$ es un número no racional.

Para la demostración se utiliza la metodología conocida como Reducción al absurdo. Este consiste en decir un enunciado de forma contraria para que sea un enunciado opuesto al original. Es decir, si afirmamos que " $\sqrt{2}$ es un número no racional"; de forma contraria dicho enunciado es " $\sqrt{2}$ la raíz cuadrada de 2 es un número racional".

A continuación se muestra dicha demostración:

Supongamos que $\sqrt{2}$ es racional, es decir $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros, $\frac{p}{q}$ es irreductible y $q \neq 0$.

Entonces: $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$

Multiplicando por q a ambos lados de la igualdad: $q\sqrt{2} = p$

Elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad: $q^2(\sqrt{2})^2 = p^2$

Aplicando propiedades de la potenciación se tiene: $2q^2 = p^2$

Como se observa $2q^2$ es necesariamente un número par, lo cual implica que p^2 es también par y esto a su vez quiere decir que p es necesariamente par. Entonces p se puede escribir como $p = 2n$ ya que esta es la forma de representar cualquier número par.

Reemplazando se tendría que la igualdad quedaría:

$$2q^2 = (2n)^2$$

Los números irracionales, son aquellos que no pueden ser representados como la razón de dos números enteros $\frac{p}{q}$ donde $q \neq 0$. Si no existen dos números naturales p y q tales que $i = \frac{p}{q}$ se dice que ***i*** es un número irracional.

Si se quisiera representar un número irracional en forma decimal, este tendría una parte decimal infinita y sin que se pudiera obtener un periodo. Si se escribe el número con un número finito de decimales entonces se tiene una aproximación del correspondiente número irracional. Algunos de los números irracionales son representados por símbolos especiales.

Desarrollando el cuadrado del miembro derecho de la igualdad:

$$2q^2 = 4n^2$$

Dividiendo por 2 ambos miembros de la igualdad se tiene:

$$q^2 = 2n^2$$

Lo cual implica q^2 que es par y esto a su vez quiere decir que q es necesariamente par. Ahora si q es par se puede escribir como $2m$

Realizando los correspondientes reemplazos, la igualdad quedaría:

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} = \frac{2n}{2m}$$

Y esto indicaría que se puede simplificar por 2, contradiciendo la suposición de que $\frac{p}{q}$ es una fracción irreductible.

Al llegar a desarrollar una contradicción con las condiciones iníciales de la demostración, se dice que el enunciado es verdadero.

Es decir, los enunciados contradictorios son que "$\frac{p}{q}$ ***es una fracción irreductible***" y "$\frac{p}{q}$ **es una fracción reductible**". Esto se debe a la suposición de que "***raíz cuadrada de 2 es un número racional***". Por tanto, es verdadero que "***raíz cuadrada de 2 no es un número racional***".

- Contesta las siguientes preguntas:
    - » ¿Qué significa que un número sea racional?
    - » ¿Por qué no puede ser 0?
    - » ¿Qué significa que una razón sea una fracción irreductible?
    - » ¿Es verdad que si p^2 es par, p también debe ser par? Justifica tu respuesta.
    - » ¿Qué significa que un número sea no racional?
    - » ¿El texto prueba que hay un número racional $\frac{p}{q}=\sqrt{2}$? Justifica tu respuesta.
    - » ¿El texto prueba que no hay un número racional $\frac{p}{q}=\sqrt{2}$? Justifica tu respuesta.

Los números irracionales, son aquellos que no pueden ser representados como la razón de dos números enteros $\frac{p}{q}$ donde $q \neq 0$. Si no existen dos números naturales p y q tales que $i=\frac{p}{q}$ se dice que $\boldsymbol{i}$ es un número irracional.

Si se quisiera representar un número irracional en forma decimal, este tendría una parte decimal infinita y sin que se pudiera obtener un periodo. Si se escribe el número con un número finito de decimales entonces se tiene una aproximación del correspondiente número irracional. Algunos de los números irracionales son representados por símbolos especiales.

El conjunto de los números irracionales se representa con la letra *I*.

Números que representan aproximaciones de algunos números irracionales

Los estudios de las tablas babilónicas que datan de 2000 años antes de Cristo, encuentran algunas aproximaciones a raíz cuadrada de 2 ($\sqrt{2}$) como:

$$\sqrt{2} \approx \frac{30547}{21600} \text{ (Robson y Fowler, 1998).}$$

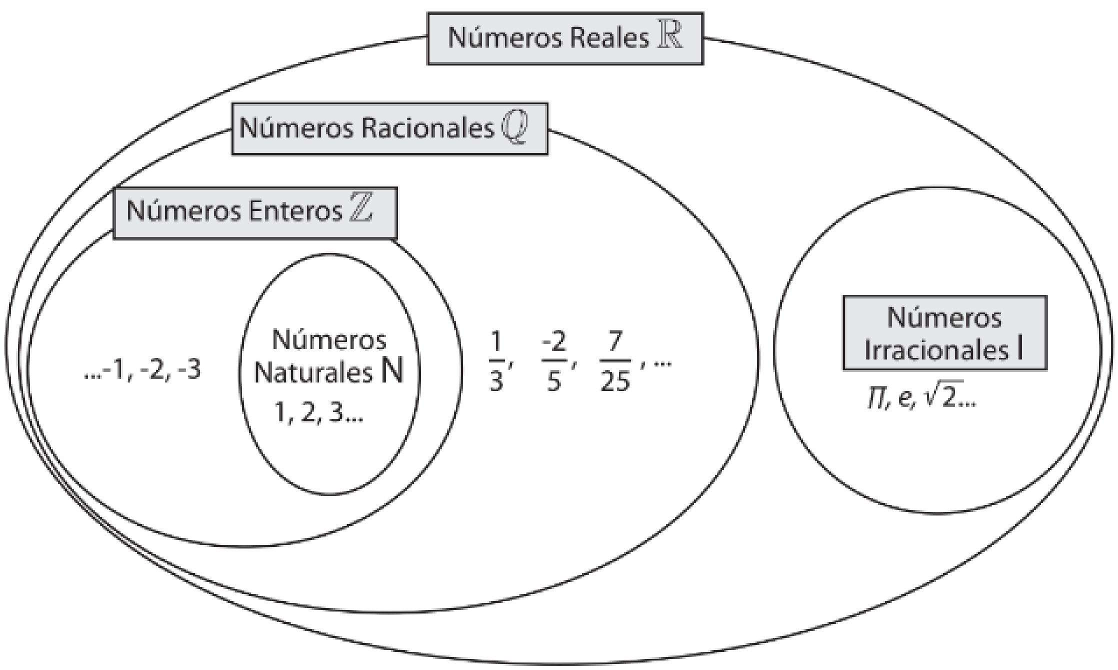
En un antiguo texto Hindú de matemáticas llamado el Sulbasutra que data de 200 años antes de Cristo, propone la aproximación $\sqrt{2} \approx \frac{577}{408}$ (Knudsen, 2005).

Algunos de los números irracionales que más se usan en las matemáticas escolares se muestran en la tabla a continuación:

Algunos de los números irracionales más usados

Lectura del número	Símbolo del número	Aproximación decimal con 8 cifras decimales
Raíz cuadrada de 2	$\sqrt{2}$	1,414213562
Pi	π	3,14159265
Raíz cuadrada de 3	$\sqrt{3}$	1,73205081
Número de Euler	e	2,71828183

Representación de los conjuntos de números



Las lecturas que se realizan del diagrama son:

- Todo número natural es un número entero pero no todo número entero es un número natural.
- Todo número entero es un número racional pero no todo número racional es un número entero.
- Todo número natural es un número racional.
- Ningún número racional es un número irracional

Así mismo, se entiende que:

Los números naturales son un subconjunto de los números enteros ($\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$), los números enteros son un subconjunto de los números racionales ($\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$) y los números naturales son un subconjunto de los números racionales ($\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$). Los números racionales no son subconjunto de los números irracionales ($\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{I}$).

Material de apoyo

1. https://www.youtube.com/watch?v=q5miPBhLNuc
2. https://www.youtube.com/watch?v=xOjQ3u7jSLQ

Práctico lo que aprendí

1. Ubica en la recta numérica, las siguientes cantidades:

   $\sqrt{5}$, $\sqrt{9}$, $-\sqrt{11}$, $-\sqrt{13}$.

2. Completa los siguientes enunciados para que sean verdaderos:

   - 5 y 7 son números naturales y aunque la operación 5 - 7 no es posible dentro de los números naturales, si es posible dentro de los números ______________

   - No es posible repartir equitativamente 5 panes entre 10 personas, de tal forma que les correspondan unidades enteras, porque $5 \div 10$ no tiene respuesta dentro de los números ______________, pero es posible hacerlo dentro del conjunto de los números ______________

   - Los números __________ y los __________ conforman juntos un nuevo conjunto en donde es posible encontrar solución a ecuaciones como $x = \sqrt{3}$, este conjunto además contiene los números enteros y los naturales.

¿Cómo sé que aprendí?

Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste *¡Debes de ser muy sincero!*

1. ¿Qué fue lo que más te causo dificultas al resolver las actividades de la guía?
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
3. ¿Qué fue lo que te gustó del trabajo en casa en la guía?
4. Con tus palabras escribe qué aprendiste
5. ¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para que entiendas mejor lo que se te propone?

¿Qué aprendí?

Responde las siguientes preguntas:

- Con $\frac{1}{8}$ del dinero que llevaba, Lorenzo compró una bicicleta que costó $1.600.000. Luego se gastó $\frac{2}{3}$ del dinero que le quedaba. ¿Cuánto dinero llevaba? ¿cuánto dinero se gastó en la segunda compra?
- En una finca cafetera, 5 de cada 7 empleados cobran cada 15 días; 2 de cada 9, cobran mensualmente y el resto cobra semanalmente. Si en total hay 630 empleados, ¿cuántos empleados hay de cada clase?

2. Asignatura: Estadística

Tema: Tabla de datos agrupados

¿Qué voy a aprender?

Las tablas de frecuencia en el estudio estadístico es de gran importancia para el análisis de datos en cualquier forma de manifestación de las sociedades humanas, sirve para inferir probabilidades sobre la realidad de cualquier orden: económico, deportivo, demográfico, meteorológico, etc. Nos permite comprender el mundo a partir de información bien organizada, contestar preguntas y estimar consecuencias en la toma de decisiones. Teniendo en cuenta su practicidad y uso en la vida cotidiana, se ha diseñado esta guía con el propósito de adquirir las competencias suficientes con relación a este tema.

Aprendizajes a alcanzar:

- Elaborar tablas de frecuencias, de datos agrupados y gráficas.
- Leer e interpretar información estadística proporcionada en forma de tablas y sacar conclusiones.

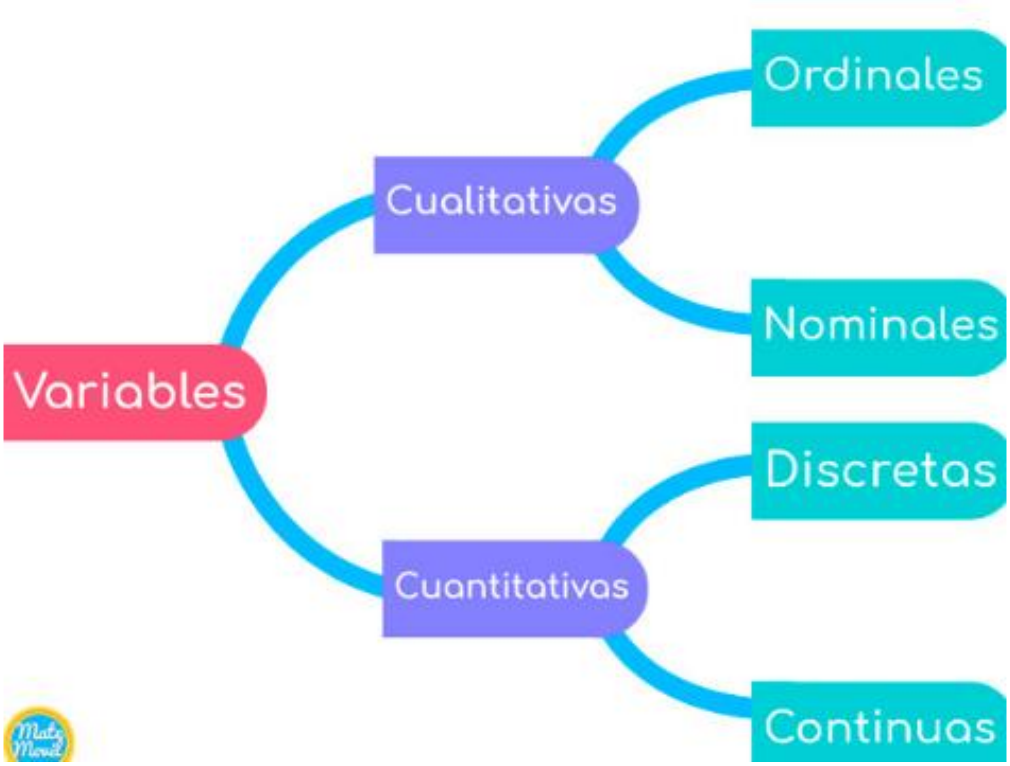
Recursos:

- Atención, deseos y disposición para aprender, orden, creatividad, manejo de cálculos aritméticos.
- Desarrollo de las tablas de datos sin agrupar y aprendizaje de los conceptos trabajados: Frecuencias: absoluta, acumulada, relativa y porcentual.
- Calculadora, cuaderno, regla.

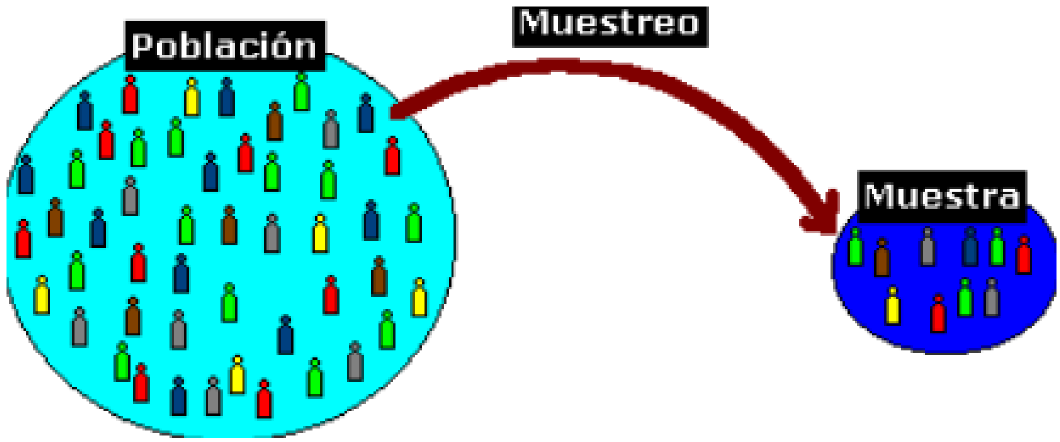
Lo que estoy aprendiendo

Terminología estadística:

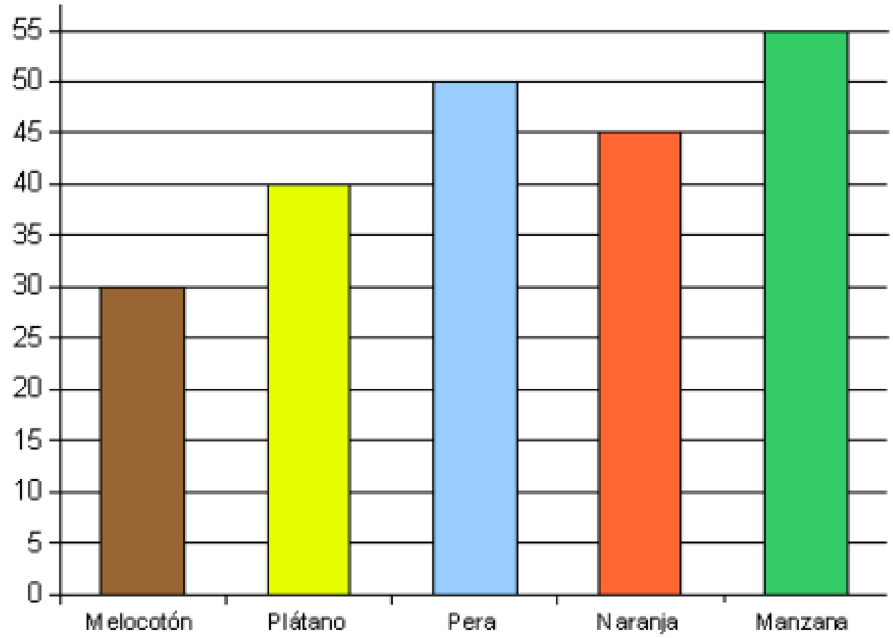
a) **Variable cuantitativa**: Es aquella variable que puede tomar únicamente un número finito de valores. Por ejemplo, el número de hermanos. Variable cuantitativa continúa. Es aquella variable que puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo real.
b) **Variable cualitativa:** Podemos definir como variable cualitativa, toda aquella variable que, como su propio nombre indica, expresa una cualidad, característica o modalidad. Se conoce como atributo o categoría a cada modalidad que se presenta, y la medición de la misma es la clasificación de dichos atributos.



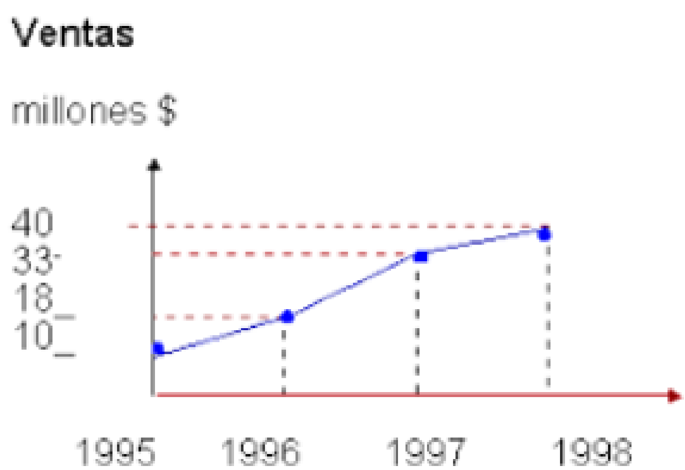
c) **Población:** es el conjunto de todos los elementos que cumplen una determinada característica.
d) **Muestra:** es cualquier subconjunto de la población. Los elementos de la muestra se deben elegir de forma aleatoria.



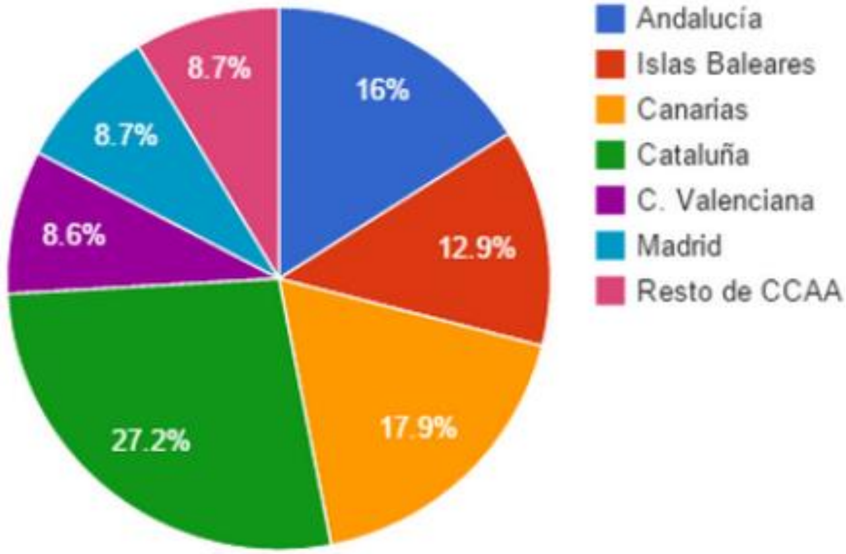
e) **Diagramas de barras**: los diagramas de barras se utilizan para comparar datos cualitativos o cuantitativos discretos.



f) **Diagramas de puntos y líneas:** los diagramas de puntos, y de líneas permiten representar las frecuencias absolutas para observar su variación con respecto al tiempo.

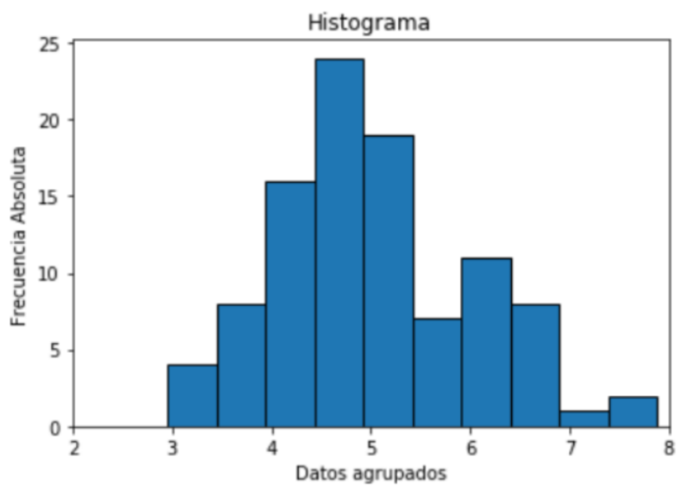


g) **Diagramas circulares:** los diagramas circulares se utilizan para comparar los distintos valores que toma un carácter estadístico. Son recomendables cuando no existen muchos valores y para mostrar cómo se relacionan las partes con el todo.



h) **Los pictogramas:** permiten sintetizar información estadística mediante símbolos que expresan cantidades específicas.

i) **Histogramas:** permiten representar de manera gráfica las clases o intervalos de una distribución de frecuencias y las absolutas o relativas.

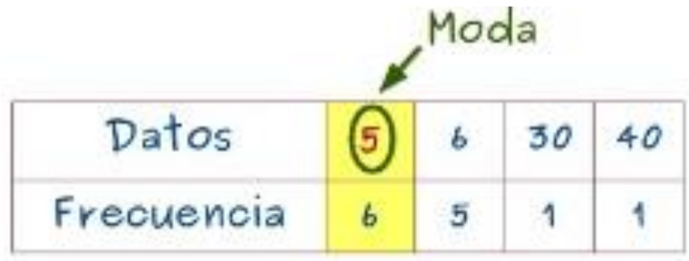


j) **La media aritmética** (denotada $\bar{x}$) de una variables, es el cociente entre la suma de todos los valores x, de la misma y la cantidad total N de estos.

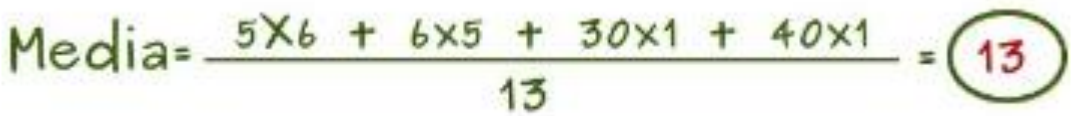
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

k) **Moda:** la moda (Mo) En una variable estadística es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia absoluta. Si los datos están agrupados en clases, se toma como valor aproximado de la moda, la marca de la clase modal.

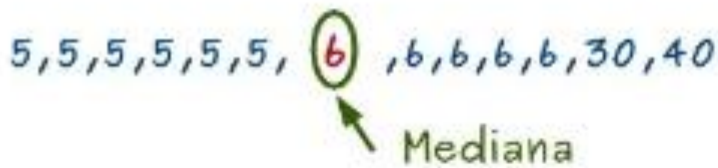
l) **Mediana:** la mediana (Me) de una variable estadística es el valor de la variable tal que el número de valores menores que él es igual al número de valores mayores que él. La mediana depende del orden de los datos y no de su valor.



Datos	5	6	30	40
Frecuencia	6	5	1	1



$$\text{Media} = \frac{5\times6 + 6\times5 + 30\times1 + 40\times1}{13} = 13$$



DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS AGRUPADAS

La distribución de frecuencias agrupadas o tabla con datos agrupados se emplea si las variables toman un número grande de valores o la variable es continua. Se agrupan los valores en intervalos que tengan la misma amplitud denominados clases. A cada clase se le asigna su frecuencia correspondiente.

- **Límites de la clase**: cada clase está delimitada por el límite inferior de la clase y el límite superior de la clase.
- **Ancho o Amplitud de la clase:** la amplitud de la clase es la diferencia entre el límite superior e inferior de la clase.
- **Marca de clase:** la marca de clase es el punto medio de cada intervalo y es el valor que representa a todo el intervalo para el cálculo de algunos parámetros.
- **Frecuencia absoluta**: la Frecuencia absoluta de una variable estadística, es el número de veces que aparece en el estudio este valor. A mayor tamaño de la muestra, aumentará el tamaño de la frecuencia absoluta; es decir, la suma total de todas las frecuencias absolutas debe dar el total de la muestra estudiada.
- **Frecuencia relativa**: Frecuencia relativa, es el división entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra y si multiplicamos la frecuencia relativa por 100 obtendremos el porcentaje o tanto por ciento que presenta esta característica respecto al total de los daos, es decir el 100% del conjunto.
- **Frecuencia absoluta acumulada**: La frecuencia absoluta acumulada es el resultado de ir sumando las frecuencias absolutas de las observaciones o valores de una población o muestra. Para calcular la frecuencia absoluta acumulada, hay que calcular primero la frecuencia absoluta de la población o muestra.

- **La frecuencia relativa acumulada**: es el resultado de ir sumando las frecuencias relativas de las observaciones o valores de una población o muestra. Para calcular la frecuencia relativa acumulada, hay que calcular primero relativa de los valores de la población o muestra.

<u>Construcción de una tabla de datos agrupados (Ejemplo)</u>

En una calle de la ciudad se midieron con radar las velocidades (mts/seg) de 55 automóviles:

Datos										
27	23	22	38	43	24	35	26	28	18	20
25	23	22	52	31	30	41	45	29	27	43
29	28	27	25	29	28	24	37	28	29	18
26	33	25	27	25	34	32	36	32	32	33
21	23	24	18	48	23	16	38	26	21	23

Usando un ancho de clase impar.
1. Elaborar la tabla de distribución de frecuencias "agrupadas".
Paso1) Número total de datos N = 55.
Paso2) Identifique las velocidades máxima y mínima (Máx = 52, Mín =16) y determine el rango.

$$\text{Rango} = \text{Máx} - \text{Mín} = 52 - 16 = 36$$

Paso3) Elija el número de clases:

$$K = \sqrt{55} \Rightarrow K = 7.41 \approx 8$$

Paso4) Elija un ancho de clase de modo que el producto KAc (holgura de la clase) sea ligeramente mayor que el rango.

$$Ac = \frac{\text{Máx} - \text{Mín}}{K} = \frac{52-16}{8} = 4.5 \approx 5$$

KAc > Rango ===> KAc = 8(5) = 40 > 36, esto es correcto porque 40 es ligeramente mayor que 36. Además el problema establece usar un ancho de clase impar por lo que Ac = 5 es el adecuado.
Paso5) Elija un punto inicial, que debe ser algo menor que el puntaje más bajo (Mín = 16). Por lo que se empieza en 15; al contar a partir de ahí de 5 en 5 (ancho de la clase) se obtienen 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 (límites de clase).
Paso6) Con estos cálculos, se procede a elaborar la tabla de distribución de frecuencias "agrupadas":

Clases	Límite inferior	Límite superior	Marca de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada
1	[15	20)	17,5	4	7,27	4	7,27
2	[20	25)	22,5	13	23,63	17	30,9
3	[25	30)	27,5	19	34,54	36	65,44
4	[30	35)	32,5	8	14,54	44	79,98
5	[35	40)	37,5	5	9,09	49	89,07
6	[40	45)	42,5	3	5,45	52	94,52
7	[45	50)	47,5	2	3,63	54	98,15
8	[50	55)	52,5	1	1,81	55	99,96
				55	99,96%		

Material de apoyo

1. https://www.youtube.com/watch?v=CuKr7GzohbI
2. https://www.youtube.com/watch?v=xq6tBKbg3HQ

Práctico lo que aprendí

ACTIVIDAD: **Todos los procesos deben quedar en el cuaderno**

LECTURA DE LA TABLA:

1. ¿Cuántos vehículos tienen velocidades menores 30 km/h? ¿Dónde está la respuesta inmediata?
2. ¿Qué significado tiene la frecuencia relativa 1/11?
3. ¿Cuáles son las velocidades que más se repiten? ¿en qué clase está?, ¿en qué columna?
4. ¿Qué significa la frecuencia relativa acumulada 17/55? 5. ¿cuál es la clase de menor porcentaje?

¿Cómo sé que aprendí?

Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste *¡Debes de ser muy sincero!*

1. ¿Qué fue lo que más te causo dificultas al resolver las actividades de la guía?
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
3. ¿Qué fue lo que te gustó del trabajo en casa en la guía?
4. Con tus palabras escribe qué aprendiste
5. ¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para que entiendas mejor lo que se te propone?

3. Asignatura: Gemetría

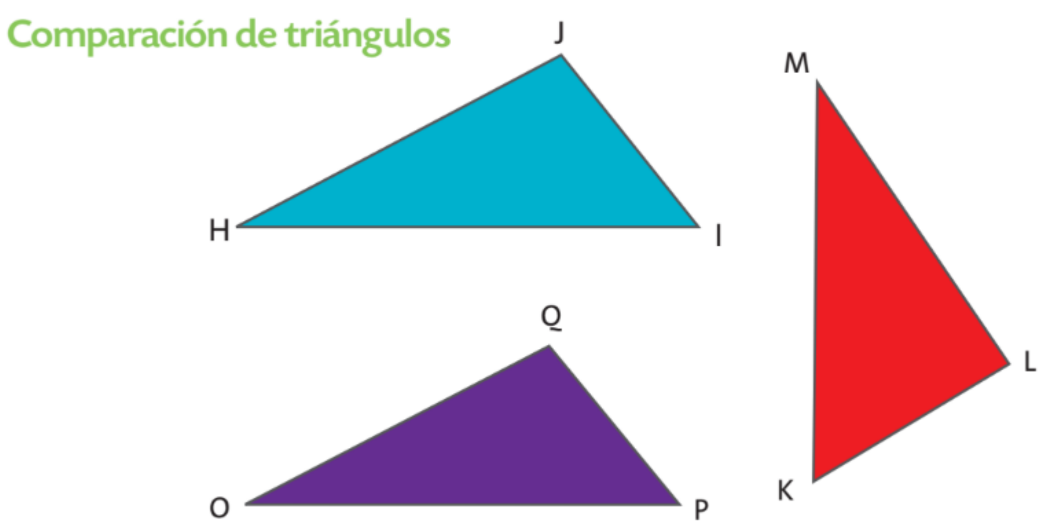
Tema: Los criterios para determinar congruencia entre figuras

¿Qué voy a aprender?

En muchas ocasiones nos encontramos ante la necesidad de construir cosas que sean “iguales” a otras, no obstante, esa igualdad a la que nos referimos suele ser porque coinciden en su forma y en su tamaño; aparte de ello, tienen las mismas características. Es lo que sucede con las fábricas de objetos a gran escala, como la producción de computadores con determinadas características, grandes cantidades de tela, botones, lápices, cuadernos, entre otros. Todos exigen que sean iguales. En el mundo de la geometría dicha igualdad es conocida como congruencia.

En esta guía abordaremos los criterios que se establecen entre los triángulos para determinar su congruencia.

Observa con atención los siguientes triángulos.



- ¿Cuáles de esos triángulos consideras que tienen la misma forma?
- ¿Cuáles de esos triángulos consideras que tienen el mismo tamaño?
- ¿Cuáles triángulos coinciden tanto en forma como en tamaño?
- Revisa qué relaciones hay entre la longitud de los lados y los ángulos para que coincidan tanto en tamaño como en forma.
- Dibuja un triángulo equilátero de 10 cm de lado, luego compáralo con el de tus compañeros.

Lo que estoy aprendiendo

Resuelve la siguiente situación

Con el fi n de recolectar fondos, una comunidad organizó un bazar. Buscando la comodidad de los asistentes, se diseñó un billete con el cual realizarían las compras de los productos que allí se venderían. El billete lleva en su diseño tres símbolos importantes para la comunidad; el árbol que representa su sentido ecológico, el tractor que simboliza la dedicación y el trabajo y la pirámide que simboliza la unidad entre los miembros de la comunidad. Antonio tiene varios billetes, pero algunos de ellos son falsos. ¿Cuáles?

A.

B.

C.

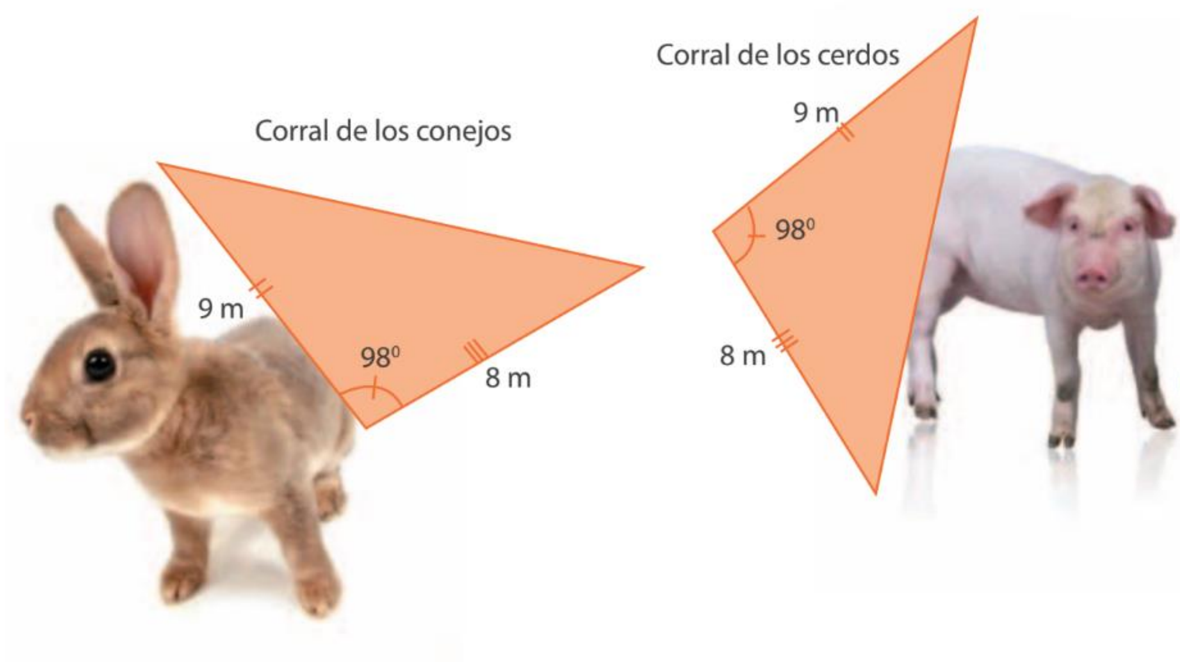
D.

E.

F.

- Enuncie los aspectos o características que revisan para saber que esos son realmente los billetes falsos.
- ¿Qué tan importante fue la forma de los símbolos en los billetes?
- ¿Qué tan importante fue el tamaño de los símbolos en los billetes?

* En una finca quieren ubicar a los conejos y a los cerdos en unos corrales de tal forma que tengan la misma área y de forma triangular. ¿Cómo se puede ver que los croquis presentados por un arquitecto cumplen con los requisitos? Contesta la anterior pregunta formulando tus propias conjeturas sin escribir nada en el cuaderno. Compártelas con tus compañeros de clase.



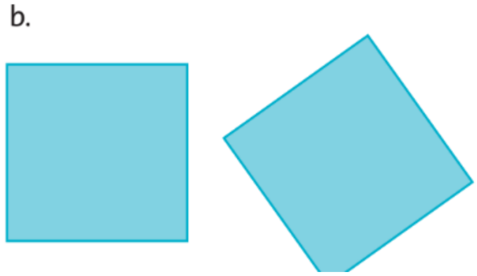
Siempre que dos figuras coinciden en todas sus partes cuando se colocan una sobre otra se puede afirmar que son congruentes. Son figuras congruentes las que coinciden en tamaño y en forma.

La congruencia entre dos figuras se representa con el signo ≅.

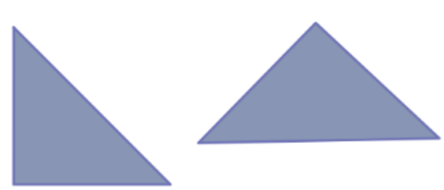
- Determina si las siguientes figuras son congruentes; utiliza la técnica de colocar una sobre la otra. Utiliza papel calcante para verificar su coincidencia.

a.

b.



c.



Este procedimiento es adecuado cuando las figuras tienen tamaños pequeños que podemos manipular. Pero si las figuras son demasiado grandes debemos generar otros procedimientos.

- ¿Cómo establecer que dos figuras geométricas son congruentes, sin realizar la manipulación para ver que coincidan?

En el caso de segmentos o ángulos se puede decir que son congruentes porque tienen la misma medida. ¿Será que sólo con la medida de las longitudes de los lados se puede afirmar que los triángulos son congruentes?

Por lo tanto, es posible afirmar que cuando se tienen dos triángulos que coinciden en las medidas de sus lados se puede determinar que son triángulos congruentes.

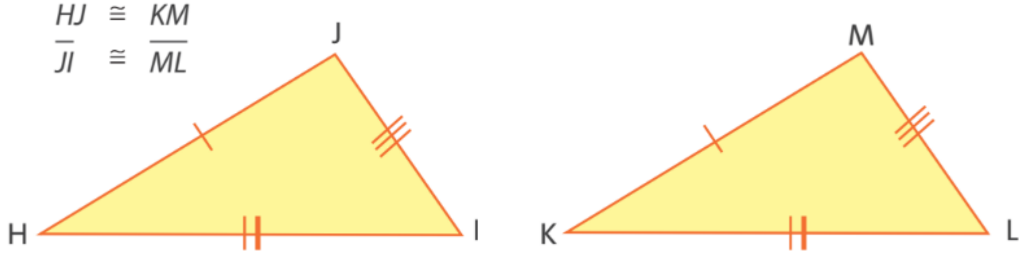
Este es un criterio conocido en la congruencia de los triángulos como: LADO-LADO-LADO y se simboliza **(L-L-L).**

Lados de un triángulo

$\overline{HI} \cong \overline{KL}$

$\overline{HJ} \cong \overline{KM}$

$\overline{JI} \cong \overline{ML}$



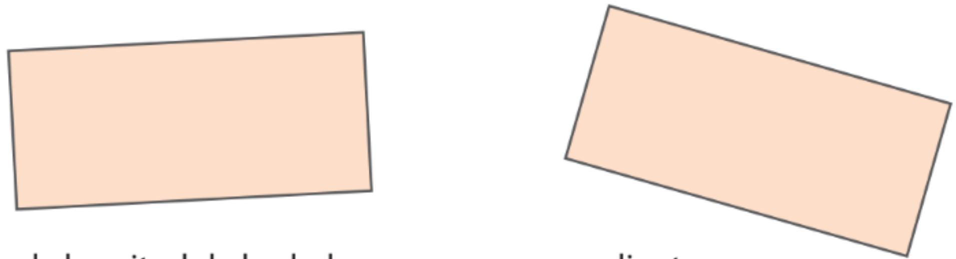
Para mostrar este criterio, trasladamos el triángulo HIJ, sobre el triángulo KLM, luego sus lados coinciden porque $\overline{HI} \cong \overline{KL}$; $\overline{HJ} \cong \overline{KM}$; $\overline{JI} \cong \overline{ML}$. Luego podemos observar que $\angle H \cong \angle K$; $\angle I \cong \angle L$; $\angle J \cong \angle M$, entonces, como todos los elementos del triángulo HIJ coinciden con los elementos del triángulo KML, los triángulos son congruentes.

Dos triángulos son congruentes cuando los tres lados de uno de ellos son respectivamente congruentes con los tres lados del otro triángulo.

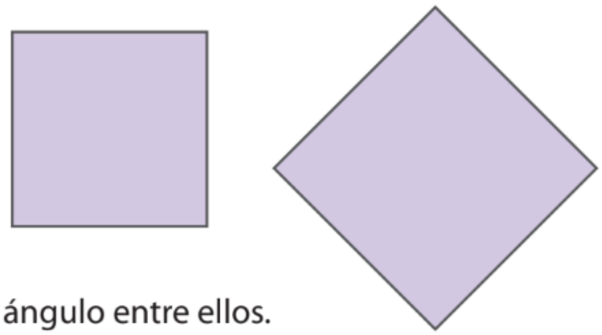
- ¿Será que sucede lo mismo con los cuadriláteros? ¿Siempre que coincidan en la longitud de los lados estos serán congruentes?
- Comprueba tu respuesta dibujando dos cuadriláteros cuyos lados midan 3 cm, 4 cm, 5 cm y 11 cm, respectivamente.
- ¿Coincidieron?
- Cambia el orden de las medidas de los lados en uno de los cuadriláteros dibujados, ¿éste será congruente a uno o ambos de los cuadriláteros dibujados?

Analiza los siguientes cuadriláteros para determinar si son congruentes y observen si la condición es suficiente y necesaria para que se dé ese caso de congruencia.

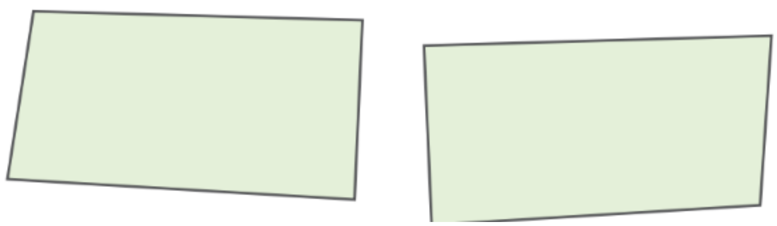
A. Coinciden en la longitud de los lados pero estos no son correspondientes.



B. Coinciden en la longitud de los lados y son correspondientes.



C. Coinciden en dos lados y el ángulo entre ellos.

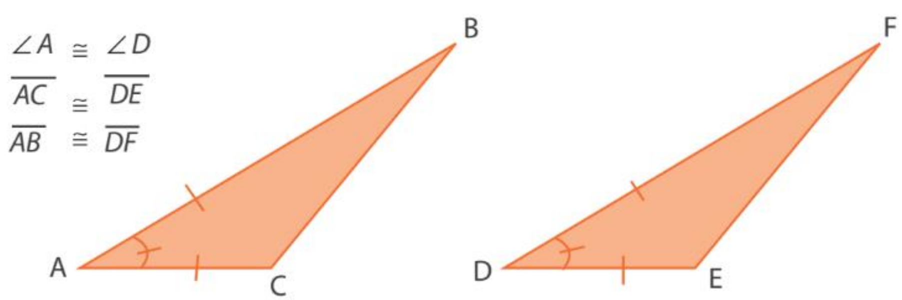


(L-A-L) lado – ángulo – lado

Se establece que al analizar un ángulo y los lados que forman ese ángulo y este ángulo forma parte de un triángulo y al comparar con otro triángulo; y coincide dicho ángulo con sus respectivos lados en este nuevo triángulo entonces podemos decir que son triángulos congruentes.

Observa la gráfica que representa el criterio:

Relaciones de los lados de un triángulo



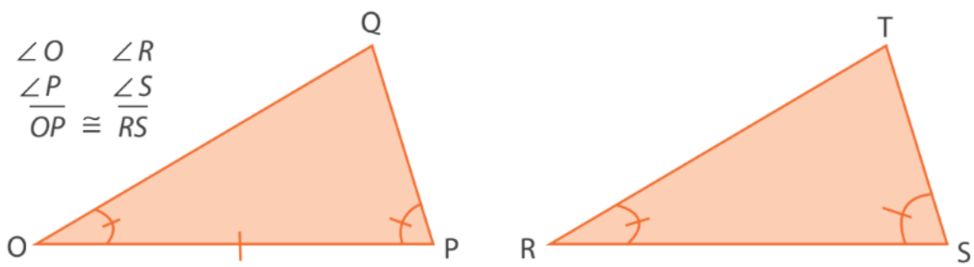
Para mostrar este criterio, trasladamos el triángulo *ABC*, sobre el triángulo *DFE* de manera que el $\angle A$ coincida con el $\angle D$. Luego el vértice *B* coincide con el vértice *F*, porque $\overline{AB} \cong \overline{DF}$, de igual forma, el vértice *C* coincide con el vértice *E* porque $\overline{AC} \cong \overline{DE}$. Finalmente, $\overline{BC}$ coincidirá con $\overline{FE}$ porque dos puntos determinan un segmento. Como, todos los elementos del triángulo *ABC* coinciden con todos los elementos del triángulo *DFE*, entonces los triángulos son congruentes.

Dos triángulos son congruentes cuando tienen dos lados correspondientes congruentes y el ángulo que forman esos lados también es congruente.

(A-L-A) ángulo – lado – ángulo

Se establece que al analizar dos ángulos que comparten un lado y que forman parte de un triángulo y al comparar con otro triángulo los correspondientes a esos lados y a ese ángulo sucede que coinciden en sus valores; entonces se puede afirmar con seguridad que son triángulos congruentes.

Relaciones de los lados de un triángulo



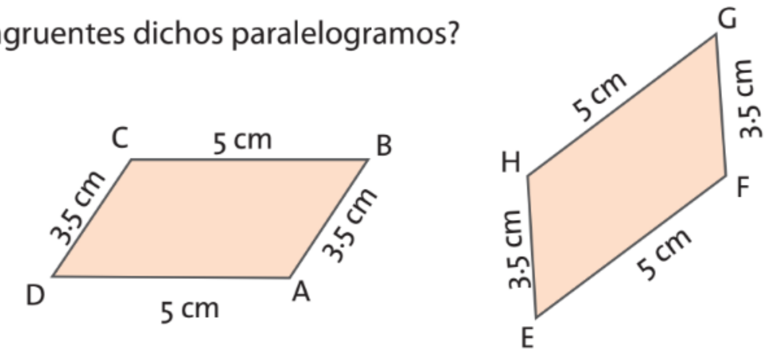
Para mostrar este criterio, trasladamos el triángulo *OPQ*, de tal manera que el $\angle$O coincida con el $\angle R$, y el lado $\overline{OP}$ coincida con el lado $\overline{RS}$. Luego el vértice *P* coincide con el vértice *S*, porque $\overline{OP} \cong \overline{RS}$ y el lado $\overline{PQ}$ coincide con el lado $\overline{ST}$, porque el $\angle P \cong \angle S$, de igual forma, el lado $\overline{OQ}$ coincide con el lado $\overline{RT}$, porqué el $\angle 0 \cong \angle R$. Entonces, podemos concluir que el vértice *Q* coincide con el vértice T. Finalmente, todos los elementos del triángulo *OPQ* coinciden con todos los elementos del triángulo *RST*, entonces los triángulos son congruentes.

Dos triángulos son congruentes cuando tienen respectivamente congruentes un lado y los dos ángulos que se forman en sus extremos.

Es así que los criterios de congruencia de los triángulos que nos sirven para determinar de otros polígonos que son congruentes.

- Estudia el siguiente ejemplo de aplicación de los criterios de congruencia de los triángulos.

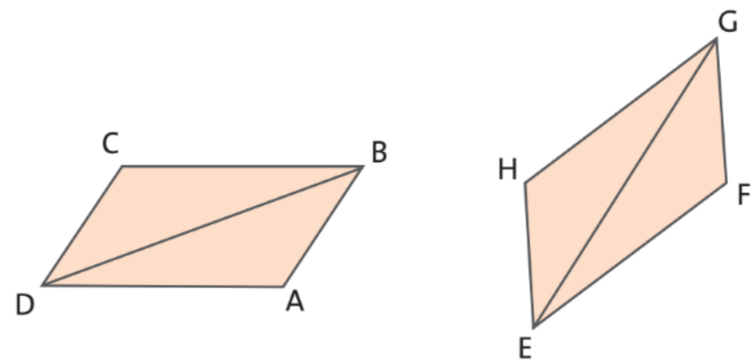
  ¿Son congruentes dichos paralelogramos?



  Primero revisamos cuáles son los segmentos correspondientes:

$\overline{DC}$ es correspondiente a $\overline{EH}$
$\overline{CB}$ es correspondiente a $\overline{HG}$
$\overline{BA}$ es correspondiente a $\overline{GF}$
$\overline{AD}$ es correspondiente a $\overline{FE}$

Si realizamos la correspondiente triangulación a cada figura tendríamos:



Del cuadrilátero *ABCD*, se determinan los triángulos *ABD* y *BCD*. Estos triángulos son congruentes por el criterio L-A-L ya que el lado *CD* corresponde al lado *AB* tienen la misma medida, el lado *CB* corresponde al lado *AD* tienen la misma medida; así mismo, las medidas de los ángulos opuestos son congruentes ya que el ángulo *C* tiene el mismo valor del ángulo *A*. Por tanto los triángulos son congruentes.

El mismo análisis se realiza para los triángulos *EFG* y *EHG* para determinar que son congruentes. Entonces el analizar sólo un par de triángulos correspondientes de un cuadrilátero con el de otro podemos afirmar con seguridad que dichos cuadriláteros sean congruentes.

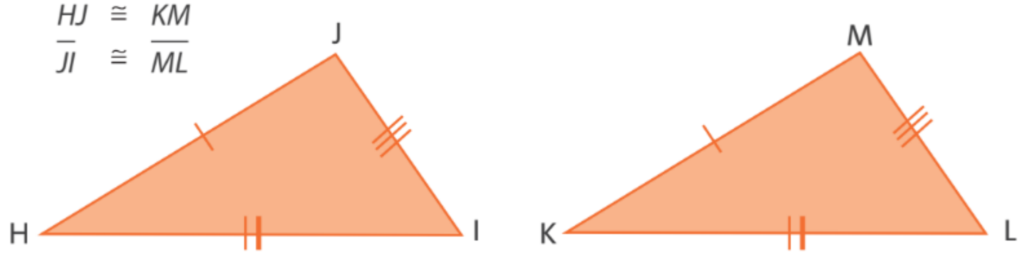
Analicemos de nuevo el triángulo *BCD* con su correspondiente triángulo *EHG*. Si utilizamos el criterio L-A-L tendríamos que coinciden las medidas de los lados *BC* con *GH* y lo mismo sucede con las medidas de los lados *CD* con *HE*; como ya comprobamos que el ángulo *C* con respecto al ángulo *H* tiene la misma medida por la anterior relación. Por tanto, dichos ángulos son congruentes.

Es decir, como dichos triángulos son congruentes y estos triángulos son congruentes a los otros que forman parte del paralelogramo. Entonces dichos paralelogramos son congruentes.

$\overline{HI} \cong \overline{KL}$

$\overline{HJ} \cong \overline{KM}$

$\overline{JI} \cong \overline{ML}$



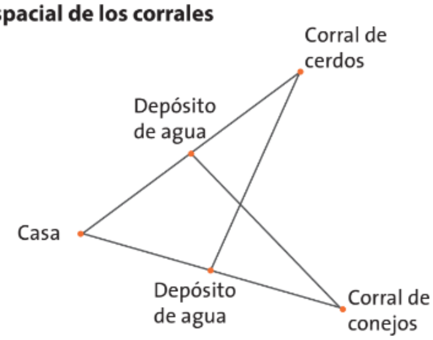
Material de apoyo

1. https://www.youtube.com/watch?v=UgZiDr1gSxc
2. https://www.youtube.com/watch?v=HBLPCEI_r4w

Práctico lo que aprendí

Por su comodidad, Antonio, ubicó el corral de cerdos y la conejera a la misma distancia de su casa, pero, en puntos diferentes. En el punto medio de cada uno de los caminos, ubicó un depósito de agua, como se muestra en la figura. Antonio afirma, que si sale de su casa, hacia el corral de cerdos y de allí a la conejera, recorrerá la misma cantidad de metros que, si lo hace de su casa a la conejera y de allí al corral de cerdos.

1ra disposición espacial de los corrales



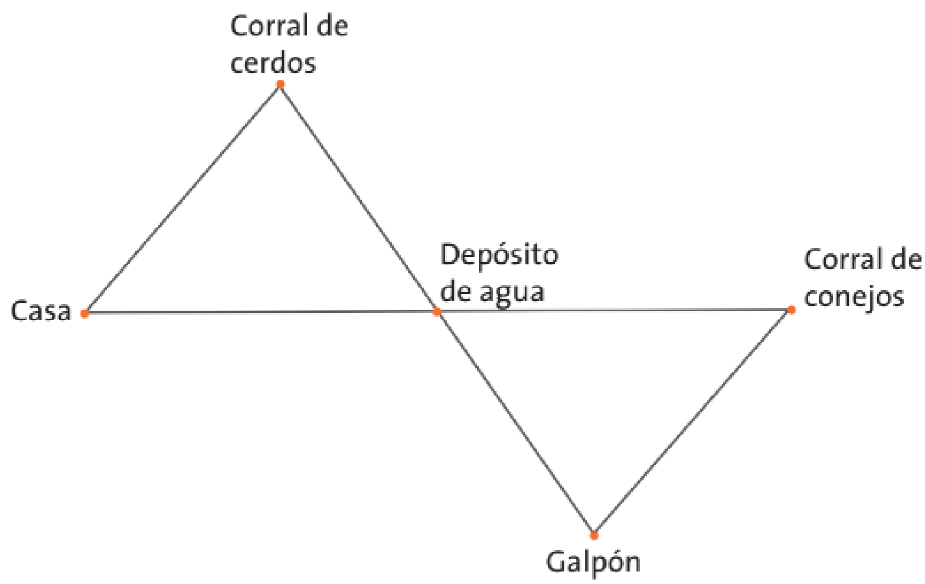
a. ¿Es cierta la afirmación de Antonio? Justifica tu respuesta

b. ¿Qué otros recorridos de la misma distancia, se pueden hacer en la finca? Descríbelos y justifica tu respuesta.

c. En los recorridos se definen triángulos congruentes. Justifica dicha congruencia desde la aplicación de algún criterio.

2. Para obtener mayores beneficios económicos, Antonio, decide construir un galpón, ubicando un sólo depósito de agua en el punto medio entre la casa y la conejera, como se muestra en la figura. Con esto, Antonio asegura que la distancia de la casa al corral, será la misma que entre el galpón y la conejera.

2da disposición espacial de los corrales



- ¿Es cierta la afirmación de Antonio? Justifica tu respuesta desde la aplicación de los criterios de congruencia de los triángulos.

¿Cómo sé que aprendí?

Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste *¡Debes de ser muy sincero!*

1. ¿Qué fue lo que más te causo dificultas al resolver las actividades de la guía?
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
3. ¿Qué fue lo que te gustó del trabajo en casa en la guía?

4. Con tus palabras escribe qué aprendiste
5. ¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para que entiendas mejor lo que se te propone?

Bibliografía

Ministerio de Educación Nacional. (2020). Postprimaria Rural – Matemáticas 9°. Bogotá, Colombia: ISBN libro: 978-958-691-422-2.

Ministerio de Educación Nacional. (2020). Postprimaria Rural – Matemáticas 8°. Bogotá, Colombia: ISBN libro: 978-958-691-421-5.

Ministerio de Educación Nacional (S,F.) Vamos a Aprender – Matemáticas 9°. Bogotá, Colombia: ISBN 978-958-780-193-4.