REPÚBLICA DE COLOMBIA
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE PALMIRA
“INSTITUCIÓN EDUCATIVA “DE ROZO”
Aprobada por Resolución Nº 0835 del 20 de FEBRERO de 2.017

INFORMACIÓN GENERAL GUÍA DE APRENDIZAJE No. 2	
ÁREA O ASIGNATURA:	**Calculo**
NOMBRE DE LA GUIA(S):	Desigualdades e Intervalos
DURACIÓN (MES)	12 de Marzo – 12 de abril 2021
DOCENTE(S):	Duivan Anderson Alvarez
GRADO:	**Once**
PERIODO:	Uno
OBJETIVO DE APRENDIZAJE y/o DBA:	DBA # 2, Pensamiento numérico estándar 5 Pensamiento variacional Estándar 1. Utilizar las funciones como modelos matemáticos para resolver y formular problemas de la matemática o de otras ciencias

INTRODUCCIÓN: Leer cuidadosamente toda la introducción

Esta guía tendrá como objetivo desarrollar las competencias de: ***comunicación, razonamiento y resolución de problemas***
Está constituida por varias partes distribuidas así: **¿Qué voy a aprender?** hace alusión a los aprendizajes que se van a alcanzar con esta guía **Lo que debería saber,** esta sección hace alusión a los conocimientos previos que debería tener. Después viene la sección **Lo que estoy aprendiendo**. Luego viene una sección en la que se hacen las actividades y esa sección se llama **practico lo que aprendí** en donde estarán las actividades, la última sección es una autoevaluación para dar sus impresiones y evaluar su propio aprendizaje, así como la guía misma esta sección se llama **¿cómo sé que aprendí?** y.

¿Qué voy a aprender?

Esta guía estará diseñada a partir de conocimientos propios, las actividades de los libros vamos aprender matemáticas, así como algunos recursos tomados de la web como contenidos para aprender.

Lo que vamos a aprender es:

- En esta guía vas a aprender a describir un intervalo en el conjunto de los números reales.
- Aprender a proponer desigualdades que se ajusten a una situación problema.
- Determinar el conjunto solución de una inecuación lineal y cuadrática.
- Graficar la circunferencia a partir de su ecuación.

Que deberia saber

Situación 1

Dado el siguiente diagrama de Venn determinar cada operación de conjuntos.

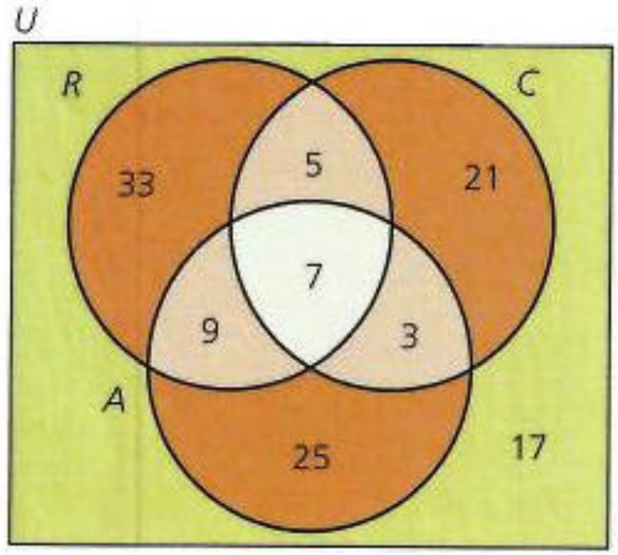


Figura 1.3

Determinar:

- $A \cup R =$
- $A \cap C =$
- $R - C =$
- $C - R =$
- $A^c =$

Situación 2

¿Cuántos números haya entre -5 y 5? ¿Qué desigualdad representa a esos números?

Trate de resolver cada uno de las anteriores situaciones hasta donde más pueda y en caso que ya no pueda, encontrara la solución de estos problemas en la parte final de la guía que dice anexo.

Lo que estoy aprendiendo

Desigualdades

Problema de introducción

Se debe determinar el peso de un camión antes de que atraviese un puente. El peso máximo permitido en el puente es de 32 toneladas. Si la cabina del camión pesa 10 toneladas y la parte trasera pesa 6 toneladas cuando está vacía, ¿cuál es la carga que puede llevar el camión para que se le permita pasar el puente?

Análisis y solución del problema anterior

Según las condiciones del problema, la suma de los pesos de la cabina, de la parte trasera y de la carga debe ser menor o igual que el peso permitido para atravesar el puente.

Si se llama c al peso de la carga,

$10 + 6 + c$ debe ser menor o igual que 32.

Es decir, $16 + c$ deber ser menor o igual que 32.

Luego, c debe ser menor o igual que 16: $32 - 16 = 16$.

Así, la carga del camión debe ser de máximo 16 toneladas.

Conceptualización

Una **desigualdad** es una relación de orden que se da entre dos cantidades cuando estas son distintas.

Ejemplo 1

Dos números reales a y b, se pueden comparar como se muestra en la Tabla 1.2.

Notación	Ejemplos
$a < b$ significa que a es menor que b.	$3 < 5$ $\quad -6 < -4$ $\quad -7 < 5$ $\quad 0 < 5$
$a > b$ significa que a es mayor que b.	$9 > 3$ $\quad -5 > -6$ $\quad 7 > -5$ $\quad 0 > -4$
$a \leq b$ significa que a es menor o igual que b.	$7 \leq 7$ $\quad -5 \leq -1$ $\quad -5 \leq 4$ $\quad 0 \leq 6$
$a \geq b$ significa que a es mayor o igual que b.	$8 \geq 7$ $\quad -8 \geq -9$ $\quad 6 \geq 6$ $\quad 0 \geq -4$
La notación $a \neq b$ significa que a no es igual a b.	$5 \neq 3$

Tabla 1.2

Las desigualdades satisfacen las siguientes propiedades. En cada una se usan los símbolos $<$ y $>$ pero también se cumplen para los símbolos $\leq$ y $\geq$, respectivamente.

Transitividad

Para números reales arbitrarios a, b y c se cumple que:

- si $a > b$ y $b > c$, entonces $a > c$.
- si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- si $a > b$ y $b = c$, entonces $a > c$.
- si $a < b$ y $b = c$, entonces $a < c$.

Adición y sustracción

- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$ y $a - c < b - c$.
- Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$ y $a - c > b - c$.

Multiplicación y división

Para números reales arbitrarios a y b, y c diferente de 0, se cumple que:

- si c es positivo y $a < b$, entonces $ac < bc$ y $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
- si c es negativo y $a < b$, entonces $ac > bc$ y $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

Opuesto

- Si $a < b$ entonces $-a > -b$.
- Si $a > b$ entonces $-a < -b$.

Segundo problema de entrada

Aquiles quiere alcanzar una tortuga que corre 10 veces más lento que él. ¿Podrá lograrlo?

Análisis, solución del problema anterior y conceptualización

Intervalos

En la llamada Paradoja de Aquiles y la tortuga, se cuenta que Aquiles, un veloz corredor, decide competir en una carrera contra una tortuga. Convencido de su triunfo, Aquiles –ubicado en un punto A– le da una ventaja inicial al animal –ubicado en un punto B.

En poco tiempo, Aquiles llega al punto B, pero en ese momento se da cuenta de que la tortuga ya no está ahí, sino que ha avanzado un poco, hacia un punto C.

Cuando el corredor llega al punto C, la tortuga habrá nuevamente avanzado una pequeñísima longitud hasta un punto D, y así sucesivamente, infinitas veces.

Se conoce como **intervalo** al conjunto de números reales que va de un número a otro o que están comprendidos entre otros dos dados: a y b, o **extremos del intervalo**.

La clasificación de los intervalos aparece en la Tabla 1.3. En cada caso a y b son números reales. La tabla 1.4 muestra el nombre de cada uno de estos intervalos.

Nombre del intervalo	Notación de intervalos
Abierto	(a, b)
Abierto a la izquierda y cerrado a la derecha	$(a, b]$
Cerrado a la izquierda y abierto a la derecha	$[a, b)$
Cerrado	$[a, b]$
Infinito abierto a la izquierda	$(a, +\infty)$
Infinito cerrado a la izquierda	$[a, +\infty)$
Infinito abierto a la derecha	$(-\infty, b)$
Infinito cerrado a la derecha	$(-\infty, b]$
Infinito	$(-\infty, +\infty)$

Tabla 1.4

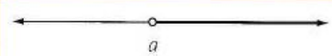
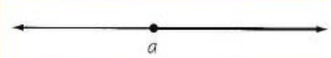
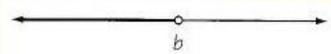
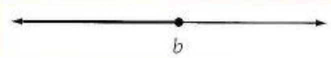
Determinación por conjuntos	Notación de intervalos	Representación gráfica	Interpretación
$\{x/a < x < b\}$	(a, b)		Todos los números entre a y b.
$\{x/a < x \leq b\}$	$(a, b]$		Todos los números entre a y b, incluyendo b.
$\{x/a \leq x < b\}$	$[a, b)$		Todos los números entre a y b, incluyendo a.
$\{x/a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$		Todos los números entre a y b, incluyendo a y b.
$\{x/x > a\}$	$(a, +\infty)$		Todos los números mayores que a.
$\{x/x \geq a\}$	$[a, +\infty)$		Todos los números mayores o iguales que a.
$\{x/x < b\}$	$(-\infty, b)$		Todos los números menores que b.
$\{x/x \leq b\}$	$(-\infty, b]$		Todos los números menores o iguales que b.
$\mathbb{R}$	$(-\infty, +\infty)$		Todos los números reales.

Tabla 1.3

Ejemplo 1

Para representar un intervalo sobre la recta numérica, debe interpretarse a cuál subconjunto de la recta real corresponde. Así, $\{x/\ 2 < x \leq 5\}$ corresponde al intervalo $(2, 5]$, cuya representación se muestra en la Figura 1.11.

Figura 1.11

Ejemplo 2

Para participar en una prueba atlética, los competidores deben tener edades desde los 14 hasta los 18 años. Todos los jóvenes cuya edad se encuentre en ese intervalo pueden participar.

Figura 1.12

En este caso las edades pertenecen al intervalo cerrado $[14, 18]$.

Ejemplo 3

Se conoce como intervalo fundamental de temperatura, al comprendido entre la temperatura de fusión del hielo y la del vapor de agua hirviendo a la presión de 760 mm de mercurio; estas temperaturas constituyen los puntos fijos. En la escala Celsius esas temperaturas son 0° C y 100° C, respectivamente.

Así, el intervalo fundamental en esa escala es el intervalo $(0, 100)$.

Ejemplo 4

Sean $A = [-3, 4]$ y $B = [-1, 7]$ se pueden efectuar todas las operaciones establecidas para los conjuntos. En la Figura 1.13 se representan los intervalos A y B; luego se realizan algunas operaciones con ellos.

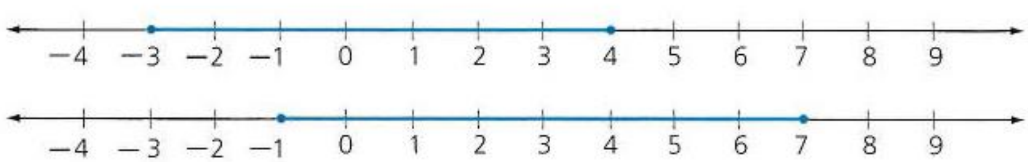


Figura 1.13

$A \cap B = [-1, 4]$ $\quad A \cup B = [-3, 7]$ $\quad A - B = [-3, -1)$

$B - A = (4, 7]$ $\quad A^c = (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$ $\quad B^c = (-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$

Practico lo que aprendí

Actividades de aprendizaje

Razonamiento

1 Usa desigualdades para representar las siguientes expresiones.

a. Todos los números reales mayores o iguales que el opuesto de 10.

b. Todos los números reales menores que 5.

c. Todos los números reales mayores o iguales que -1 y menores que 15.

2 Determina entre qué par de números está cada expresión si x es un número mayor que 5 pero menor que 10.

a. $3x + 5$ b. $-2x + 2$ c. $5x + 3$

Resolución de problemas

3 Escribe una desigualdad para interpretar esta pregunta: ¿Qué número tiene que multiplicarse por 17 y al producto sumarle 34 para obtener como mínimo 68?

¿Existe una única solución para este problema? Si la respuesta es afirmativa, indica cuál es; si la respuesta es no, explica la razón.

4 Mike Powell tiene el récord mundial de salto largo con 8,95 m, el cual logró en el Mundial de Atletismo de Tokio, en 1991. El anterior récord mundial lo tenía Bob Beamon, con 8,9 m. ¿Cuáles distancias puede lograr un atleta que no supere el actual récord mundial y sea mayor o igual que el anterior?

Comunicación

5 El intervalo $\left(-\frac{5}{2}, 3\right]$ representado en la Figura 1.20 corresponde al resultado de alguna de las operaciones que se presentan abajo. Decide cuál y explica tu elección.

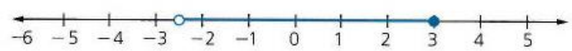


Figura 1.20

a. La intersección de $(-\infty, 3]$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

b. La unión de $(-\infty, 3)$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

c. La intersección de $(-\infty, 3)$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

6 Representa en la recta real de la Figura 1.21 la intersección de los intervalos $[1, 5]$ y $(2, 6)$. Escribe el intervalo que obtuviste e interprétalo mediante una desigualdad.

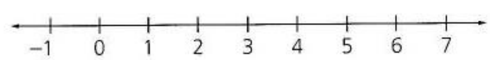


Figura 1.21

7 Representa cada conjunto en la recta real.

a. $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$ b. $(-\infty, 3] \cap [1, +\infty)$

¿Cómo sé que aprendí?

Comunicación

1 Observa la Figura 1.22.

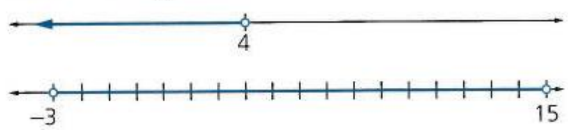


Figura 1.22

a. Escribe en notación de intervalo cada representación.

b. Escribe una operación entre los intervalos de la figura de modo que el resultado sea $(-3, 4)$.

c. Determina la intersección de los complementos de los intervalos representados.

Resolución de problemas

2 Para determinar el coeficiente intelectual de una persona se usa la fórmula: $I = 100\frac{M}{C}$ donde I es el coeficiente intelectual, M es la edad mental (determinada mediante un test) y C es la edad cronológica.

Encuentra una desigualdad que muestre entre qué valores está la edad mental de un grupo de niños de 11 años, teniendo en cuenta que la variación de I está dada por $80 < I < 140$.

3 Durante cierto período, la temperatura en grados Celsius (C) de una ciudad varió entre 25° y 30°. ¿En grados Fahrenheit entre qué valores varió la temperatura? Ten en cuenta que la temperatura en grados Celsius y en grados Fahrenheit se relaciona

Razonamiento

4 Observa la representación de la Figura 1.23 y realiza lo que se indica en cada caso.

Figura 1.23

a. Nombra como conjuntos los intervalos de la figura.

b. Escribe cada conjunto en notación de intervalo.

c. Clasifica cada uno de los intervalos que nombraste en el literal a.

d. Interpreta mediante desigualdades cada uno de los intervalos que determinaste.

e. Escribe una operación cuyo resultado sean los puntos de la gráfica que tienen doble rayado.

Que aprendí

Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste *¡Debes de ser muy sincero!*

1. ¿Qué fue lo que más te causo dificultas al resolver las tareas de la guía?
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
3. ¿Qué fue lo que te pareció más fácil en la guía?
4. Con tus palabras escribe qué aprendiste

¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para que entiendas mejor lo que se te propone?

Cibergrafía

Referencias

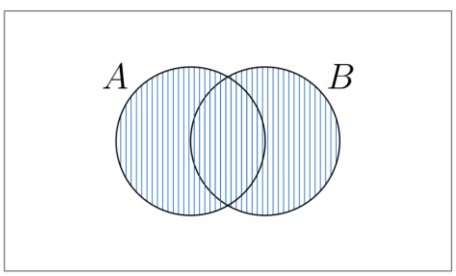
Educación, M. d. (2008). Contenidos para aprender.
MIneducación. (2015). *Vamos a aprender matematicas 11*. Bogota: Graphics.

Anexos

Operaciones entre conjuntos

Unión de Conjuntos

Dados dos conjuntos A y B, definiremos la **Unión** de estos dos conjuntos como un nuevo conjunto que contiene todos los elementos de A junto con todos los elementos de B y la denotaremos por $A \cup B$. Si consideramos un elemento c del conjunto $A \cup B$ entonces c pertenece a A o pertenece a B.
Los **Diagramas de Venn** nos ayudan a expresar visualmente los conjuntos para entender algunas ideas, usualmente se usan círculos para representar conjuntos contenidos en un universo rectangular. A continuación, usaremos un Diagrama de Venn para expresar visualmente la unión entre dos conjuntos.



Ejemplo

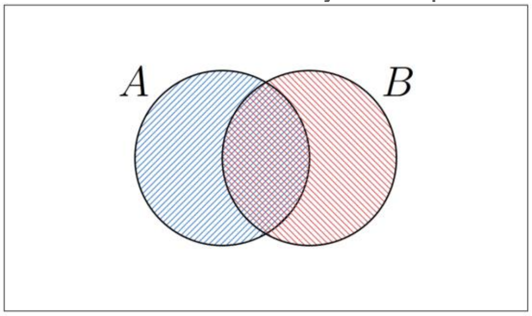
La unión del conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$ con el conjunto $\{5, 6, 7\}$ es el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, es decir,

$$\{1, 2, 3, 4\} \cup \{5, 6, 7\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Notemos que, aunque hay elementos comunes en ambos conjuntos, estos sólo se cuentan una vez en la unión de los dos conjuntos.

Intersección de Conjuntos

Por otra parte, si consideramos nuevamente dos conjuntos A y B, definiremos la **Intersección** entre estos dos conjuntos como un nuevo conjunto que contiene todos los elementos que están en A y que están en B al mismo tiempo, y lo denotaremos por $A \cap B$. Si consideramos un elemento c de $A \cap B$ entonces c pertenece a A y pertenece a B. En el siguiente Diagrama de Venn, la intersección de los conjuntos queda representada por el área donde las líneas se cruzan.

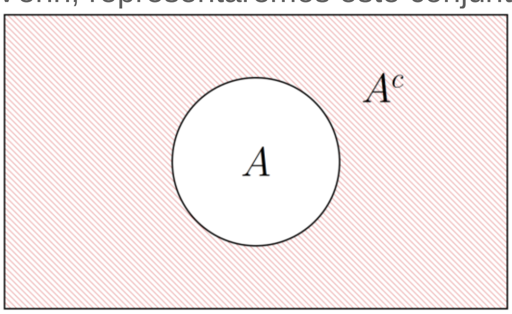


Ejemplo

La intersección del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ con el conjunto $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ es el conjunto $\{5, 6\}$, es decir, $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\} = \{5, 6\}$

Complemento de un Conjunto

Diremos que el **Universo** (conjunto universal) es el contexto donde están definidos nuestros conjuntos, en él estarán contenidos todos los conjuntos de nuestro estudio. Por ejemplo, podemos considerar un conjunto A igual a $\{2, 4, 6\}$ en el universo $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
Sentando base en esto, si consideramos un conjunto A, definiremos el **Complemento** de A como un conjunto especial que está definido como todos los elementos que no están en A y lo denotaremos por A^c. Si consideramos un elemento c de A^c entonces c no está en A. En el siguiente Diagrama de Venn, representaremos este conjunto



Ejemplo 8

En el universo $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, el complemento del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ es el conjunto $\{7, 8, 9, 10, 11\}$, es decir,

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^c = \{7, 8, 9, 10, 11\}$$

Diferencia de Conjuntos A-B o B-A

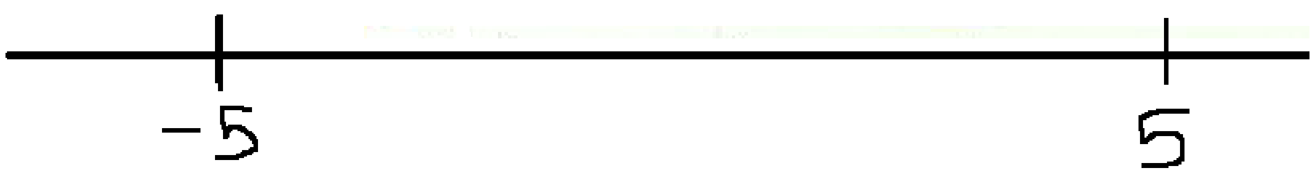
La diferencia entre dos conjuntos A y B notada como A-B es el conjunto al que pertenecen todos los elementos de A que no pertenecen a B

Solución situación 1

- $A \cup R = \{3, 5, 7, 9, 25, 33\}$
- $A \cap C = \{3, 7\}$
- $R - C = \{9, 33\}$
- $C - R = \{3, 21\}$
- $A^c = \{5, 17, 21, 33\}$

Solución situación 2

¿Cuántos números haya entre -5 y 5? ¿Qué desigualdad representa a esos números?



Exixten infinitos numeros, puesto que antes de 5 puede estar 4.9, 4,9999999 4.9999999999 y asi sucesivamente podria poner numeros antes que el 5 eso sin contar los numeros despues de -5.

$$-5 < x < 5$$

la x representa todos los numeros posibles entre -5 y 5 es decir que -5 es menor que una cantidad de números y que una cantidad de numeros son menores que 5.