GUÍA DE APRENDIZAJE No. 7

Duivan Anderson Alvarez

Grado:	**Decimo**
Área o asignatura:	**Trigonometría**
Fecha de recibido:	**2 de octubre 2020**
Fecha de entrega:	**2 de noviembre 2020**
Nombre del estudiante:	
Objetivo de aprendizaje y/o DBA:# 4	• Resolver problemas aplicando la ley de senos y cosenos. • Comprender y utilizar la ley de seno y coseno.

INTRODUCCIÓN

En esta guía vas a aprender a interpretar y usar la ley del seno y coseno para resolver una situación que involucre cualquier triangulo. Ponle mucha atención a las notas que iré dejando para que tu trabajo sea optimizado.

¿Qué voy a aprender?

Resuelve y analiza lo siguiente:

Supón que tomas una cuerda y construyes un triángulo. Si fijas dos de los vértices y mueves el tercero, ¿qué cambios ocurren sobre las medidas de los lados y de los ángulos?

Lo que estoy aprendiendo

Actividad de introducción

Un águila vuela sobre un prado plano y despejado; desde allí observa dos ratones con ángulos de depresión de 32° y 48°, respectivamente. Los ratones están a 2 km uno del otro.

Para resolver esta situación, se puede utilizar el teorema del seno.

El teorema del seno permite resolver un triángulo cualquiera, si se conoce un lado y otros dos elementos del triángulo (al menos un ángulo). Este teorema indica que dado un triángulo ABC cualquiera se verifica que:

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

Para responder la pregunta planteada en la situación inicial, se puede utilizar la Figura 3.121 y plantear el teorema del seno como se muestra a continuación.

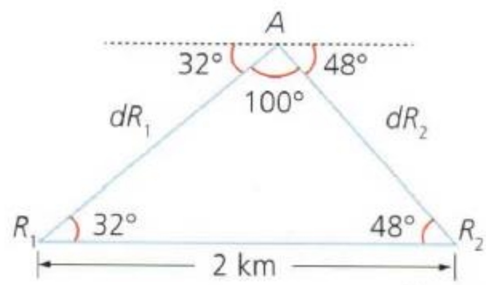

Figura 3.121

Para el ratón 1:

$$\frac{2}{\text{sen } 100°} = \frac{dR_1}{\text{sen } 48°}$$

Para el ratón 2:

$$\frac{2}{\text{sen } 100°} = \frac{dR_2}{\text{sen } 32°}$$

Al despejar dR_1 y dR_2 en cada una de las expresiones, se tiene que:

$$dR_1 = \frac{2 \cdot \text{sen } 48°}{\text{sen } 100°} \approx 1{,}509 \text{ km} \qquad dR_2 = \frac{2 \cdot \text{sen } 32°}{\text{sen } 100°} \approx 1{,}076 \text{ km}$$

Por consiguiente, el águila está más cerca del ratón 2.

El teorema del seno se usa en dos situaciones específicas de triángulos: cuando se conocen un lado y dos ángulos y cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

Ejemplo 1

Para encontrar el ángulo B del triángulo ABC de la Figura 3.122, en el cual $b = 10$ cm, $c = 5$ cm y $m\measuredangle C = 65°$, se parte de $\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$, de donde:

$$\operatorname{sen} B = \frac{b}{c} \cdot \operatorname{sen} C = \left(\frac{10}{5}\right)\operatorname{sen} 65° \approx 1{,}81$$

La ecuación $\operatorname{sen} B = 1{,}81$ no tiene solución pues el seno de un ángulo cualquiera oscila entre -1 y 1. Se dice que el triángulo no tiene solución.

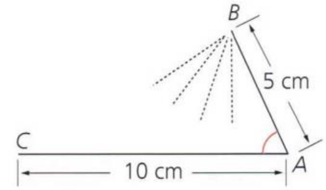

Figura 3.122

Ejemplo 2

Observa cómo se hallan los lados y ángulos que faltan en el triángulo de la Figura 3.123.

Como $m\measuredangle A + m\measuredangle B + m\measuredangle C = 180°$, entonces:

$$m\measuredangle B = 180° - (m\measuredangle A + m\measuredangle C) = 180° - (48° + 57°) = 75°$$

Ahora, haciendo uso del teorema del seno $\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$, se tiene que:

$$a = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \cdot \operatorname{sen} A = \left(\frac{47}{\operatorname{sen} 75°}\right)\operatorname{sen} 48° \approx \left(\frac{47}{0{,}97}\right)(0{,}74) \approx 36{,}2 \text{ cm}$$

Para hallar el valor de c, se puede usar la igualdad $\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$, de donde:

$$c = \frac{a}{\operatorname{sen} A} \cdot \operatorname{sen} C = \left(\frac{36{,}2}{\operatorname{sen} 48°}\right)\operatorname{sen} 57° \approx \left(\frac{36{,}2}{0{,}74}\right)(0{,}83) \approx 40{,}6 \text{ cm}$$

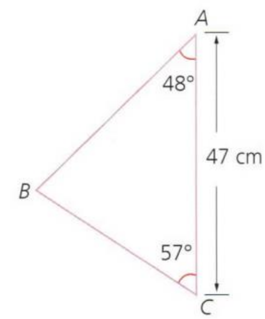

Figura 3.123

Ejemplo 3

- Se quiere calcular la longitud del lado a de un triángulo ABC con $b = 12$ cm, $m\measuredangle A = 60°$ y $m\measuredangle B = 40°$.

  Para ello, se aplica el teorema del seno $\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$:

  $$a = \frac{b \cdot \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B} = \frac{12 \cdot \operatorname{sen} 60°}{\operatorname{sen} 40°} \approx 16{,}17 \text{ cm}$$

- Para determinar el valor de b en la Figura 3.124 se debe calcular primero el valor de c. Se puede iniciar encontrando el ángulo α:

  $$\alpha = 180° - (60° + 75°) = 45°$$

  Conocido el ángulo α, es posible aplicar el teorema del seno así:

  $$\frac{c}{\operatorname{sen} 60°} = \frac{200}{\operatorname{sen} 45°} \Rightarrow c = \left(\frac{200}{\operatorname{sen} 45°}\right)\operatorname{sen} 60° \approx \left(\frac{200}{0{,}70}\right)(0{,}87) \approx 248{,}6$$

  Ya conocido el valor de c, se aplica de nuevo el teorema del seno.

  $$\frac{b}{\operatorname{sen} 50°} = \frac{248{,}6}{\operatorname{sen} 90°} \Rightarrow b = \left(\frac{248{,}6}{\operatorname{sen} 90°}\right)\operatorname{sen} 50° \approx \left(\frac{248{,}6}{1}\right)(0{,}77) \approx 191{,}42$$

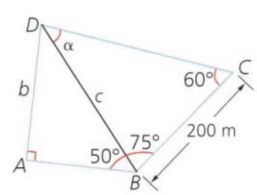

Figura 3.124

Practico lo que aprendi

Ejercitación

1 Dibuja el triángulo y halla los ángulos y los lados que se desconocen.

a. $b = 70$ cm; $m\measuredangle A = 80°$; $a = 100$ cm

2 Resuelve cada triángulo.

a.

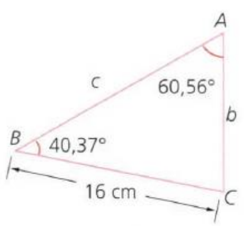

Figura 3.125

b.

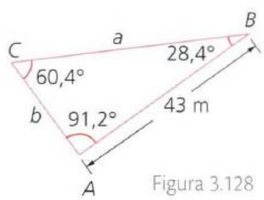

Figura 3.128

3 Resuelve los siguientes triángulos. Utiliza la ley del seno, razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras según el caso.

a.

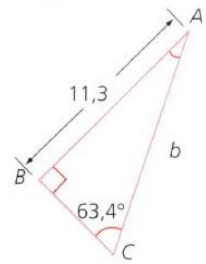

Figura 3.136

b.

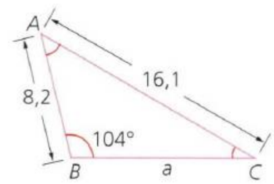

Figura 3.134

Comunicación

4 Responde a partir de la Figura 3.139.

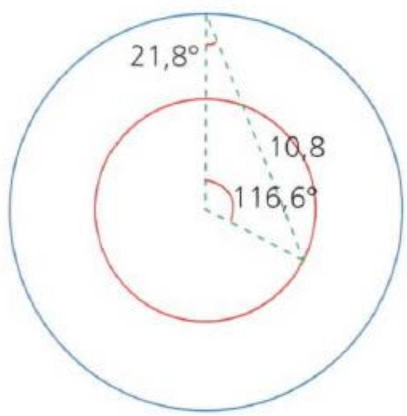

Figura 3.139

a. ¿Cuánto mide el radio de cada circunferencia?

b. ¿Cuál es la medida del ángulo que falta?

5 Calcula la distancia entre los puntos C y D presentados en la Figura 3.140.

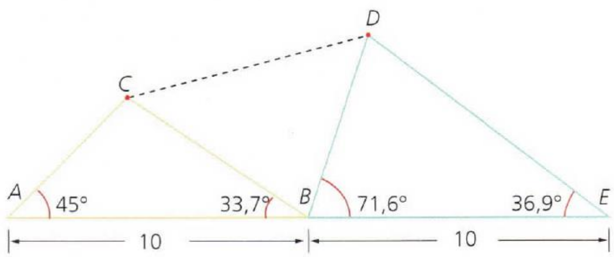

Figura 3.140

Resolución de problemas

6 Un avión viaja entre dos ciudades B y E con ángulos de elevación de 31° y 45°, respectivamente. La distancia entre las ciudades es de 1 500 km. Halla la distancia del avión a cada ciudad.

9 Un avión vuela entre dos ciudades A y B que distan entre sí 75 km. Las visuales desde A y B hasta el avión forman ángulos de 36° y 12° con la horizontal. Calcula la altura a la que vuela el avión y las distancias a las que se encuentra de A y de B, si el avión y las ciudades están sobre el mismo plano vertical.

10 Dos personas están separadas 2 km de distancia. Sobre su plano vertical y en el mismo momento, hay una nube bajo ángulos respectivos de 73° y 84°. Calcula la altura de la nube y la distancia de la misma a cada una de las personas.

Nota: *Recuerda revisar y seguir las orientaciones de todo lo que has ido aprendiendo para que sea mas efectivo el aprendizaje con lo que vas a practicar.*

¿Cómo sé que aprendí?

Evaluación del aprendizaje

i Determina la longitud del puente de la Figura 3.143, si la distancia del punto X al Y es de 95 m.

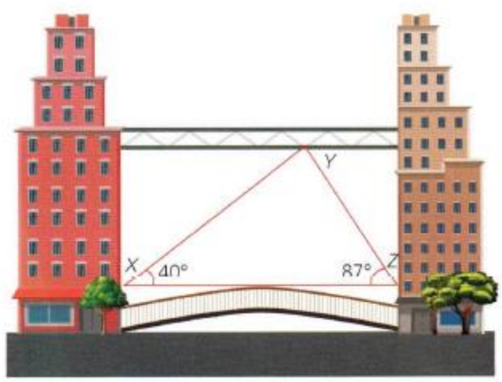

Figura 3.143

ii Si la embarcación C de la Figura 3.144 se dirige a la embarcación B, ¿qué rumbo debe tomar la embarcación C para ir a la embarcación A?

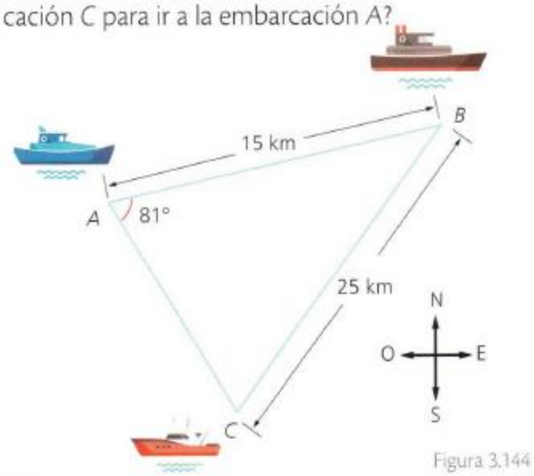

Figura 3.144

No olvides que, Puedes escribirme al WhatsApp y a el Classroom en el transcurso de la mañana para aclarar dudas, así como también podemos hacer uso de las horas de actividad individual para trabajar por el meet.

¿Qué aprendí?

Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste *¡Debes de ser muy sincero!*

1. ¿Qué fue lo que más te causo dificultas al resolver las tareas de la guía?
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
3. ¿Qué fue lo que te pareció más fácil en la guía?
4. Con tus palabras escribe qué aprendiste
5. ¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para que entiendas mejor lo que se te propone?

Referencias

Educación, M. d. (2008). Contenidos para aprender.
MIneducación. (2015). *Vamos a aprender matematicas 11*. Bogota: Graphics.