REPÚBLICA DE COLOMBIA
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE PALMIRA
“INSTITUCIÓN EDUCATIVA “DE ROZO”
Aprobada por Resolución Nº 0835 del 20 de FEBRERO de 2.017

GUÍA DE APRENDIZAJE No. 05

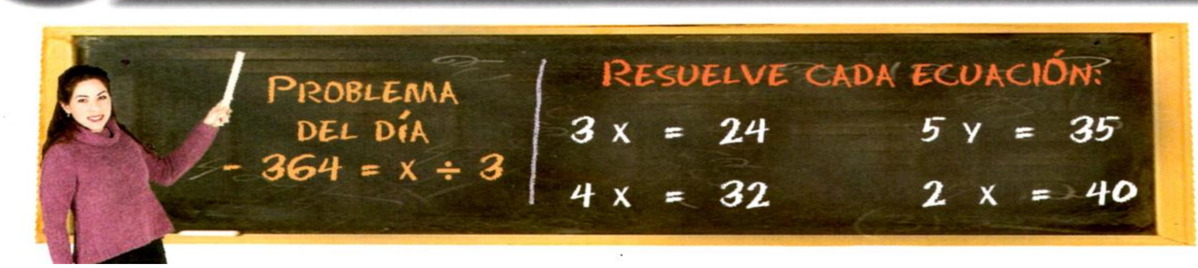
Grado/Docente	Séptimo / Mª Alexandra Gallego Tabares
Área o asignatura:	Matemática
Fecha de recibido:	30 agosto
Fecha de entrega:	30 septiembre
Nombre del estudiante:	
Objetivo de aprendizaje y/o DBA:	2 Describe y utiliza diferentes algoritmos, convencionales y no convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los emplea con sentido en la solución de problemas.

INTRODUCCIÓN

En esta guía se reforzará y profundizará en las operaciones con números enteros desde el pensamiento variacional, de tal manera que se haga un acercamiento en el algebra desde el concepto y resolución de ecuaciones multiplicativas. Además de la operación unaria de la potenciación

¿Qué voy a aprender?

Aprenderás a solucionar las ecuaciones multiplicativas y aditivas.



Para representar ecuaciones en donde la operación es la multiplicación, también podemos usar nuestras fichas. Consideremos la ecuación $3x = 24$. Recordemos que la caja representa la cantidad desconocida.

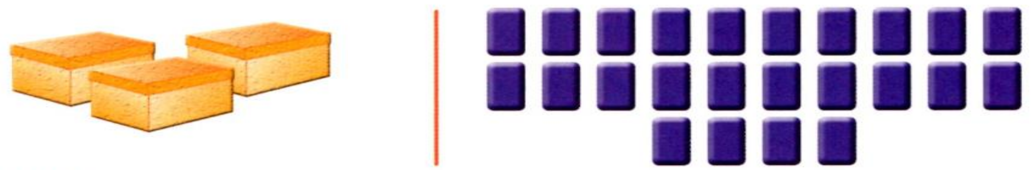


Fig. 1.33

Como cada caja debe tener igual número de fichas, reagrupamos:

Fig. 1.34

Finalmente, aislamos una caja y un grupo de fichas.

Fig. 1.35

Así descubrimos que $x = 8$.

Otra forma de resolver esta ecuación es usando la *propiedad cancelativa* de la multiplicación.

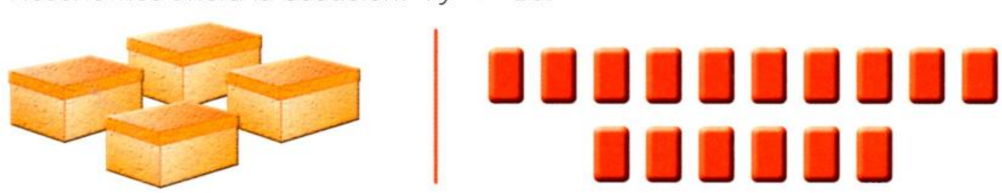
$3x = 24$

$\cancel{3}x = \cancel{3} \times 8$ Reescribimos a 24 como producto de 3 y 8.

$x = 8$ Cancelamos el 3 en ambos lados de la ecuación.

> La **propiedad cancelativa de la multiplicación** permite, al reescribir ambos lados de una ecuación como producto de un mismo número, cancelar los factores comunes.

Resolvamos ahora la ecuación: $4y = -16$.



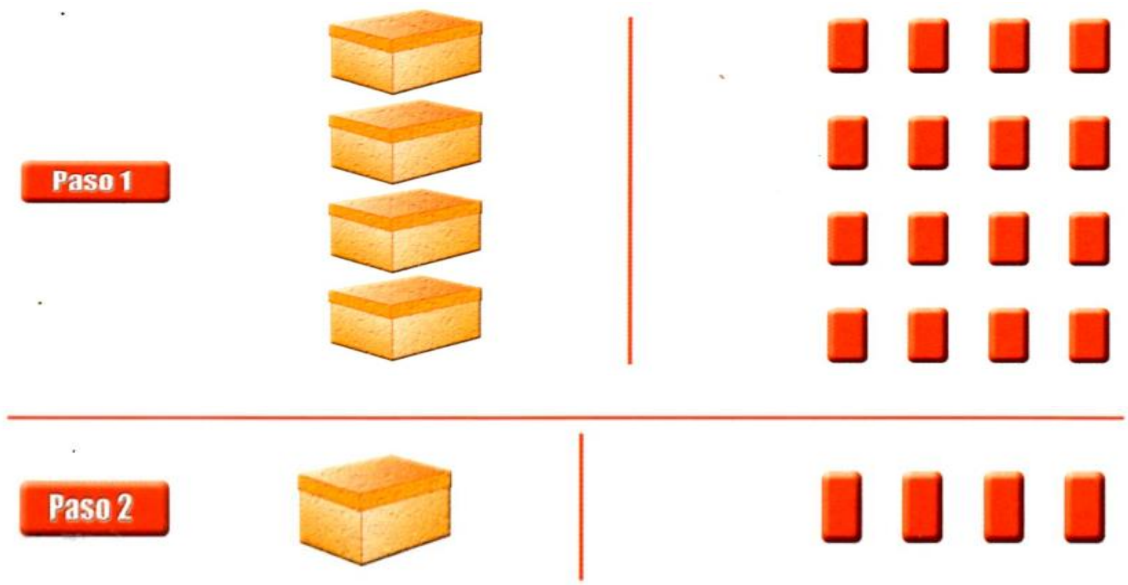


Fig. 1.38

Por tanto, $y = -4$.

Usando la propiedad cancelativa de la multiplicación, tenemos:

$4y = -16$

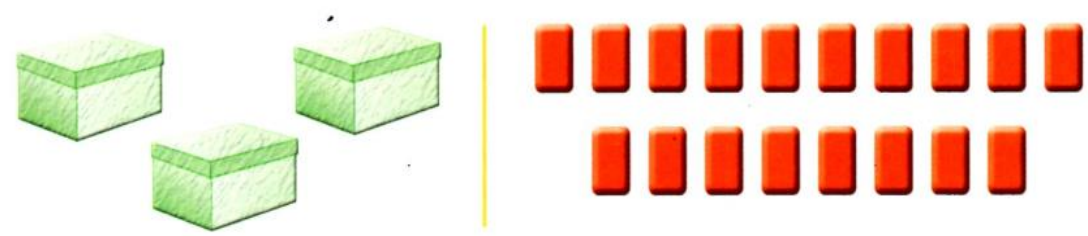
$4y = 4 \times -4$ Reescribimos a -16 como producto de 4 por -4.

$y = -4$

Finalmente, examinemos el caso cuando el coeficiente de la letra sea negativo:

$-3x = -18$

Representaremos la caja con otro color, por ejemplo verde, pues simbolizará el opuesto del número buscado.



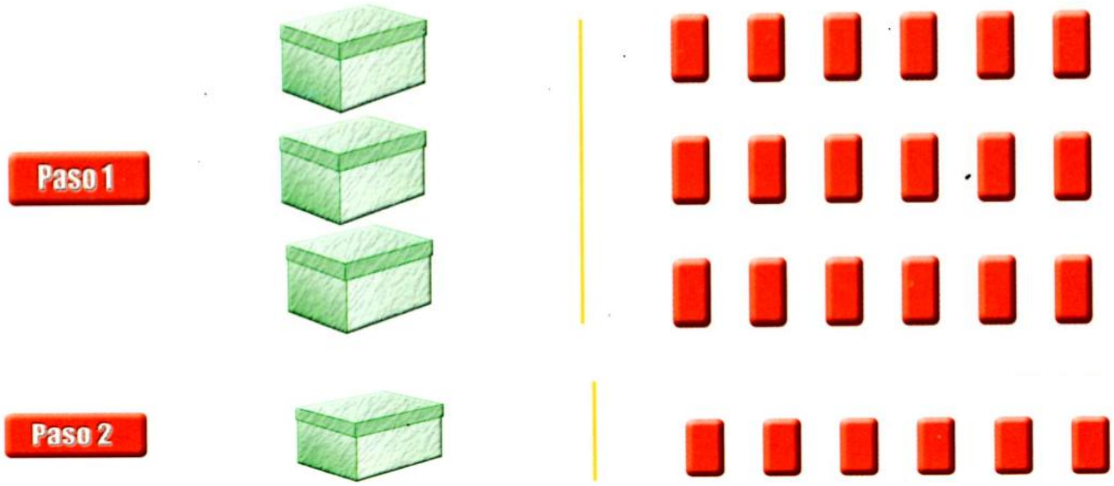


Fig. 1.41

La última representación indica que el opuesto del número buscado es – 6. Por tanto, la solución de la ecuación es: $x = 6$.

Usando la **propiedad cancelativa de la multiplicación**, tenemos:

$-3x = -18$

$-3x = -3 \times 6$ Reescribimos a –18 como producto de –3 y 6.

$x = 6$

Para resolver una ecuación como la del Problema del día, usamos la propiedad cancelativa de la división.

$g \div 5 = -10$

$g \div 5 = -50 \div 5$ Reescribimos a –10 como cociente de –50 y 5.

$g = -50$

La **propiedad cancelativa de la división** permite, al reescribir ambos lados de una ecuación como cociente de un mismo número, cancelar los factores comunes.

Ejemplo 21

Enunciado

Resolvamos el *Problema del día*.

Solución

Como tenemos que reescribir a –364 como cociente de 3 y un número, y la multiplicación es la operación inversa de la división, encontramos el número multiplicando a –364 por 3.

$-364 = x \div 3$

$-1092 \div 3 = x \div 3$ Reescribimos a –364 como cociente de –1092 y 3.

$-1092 = x$ ■

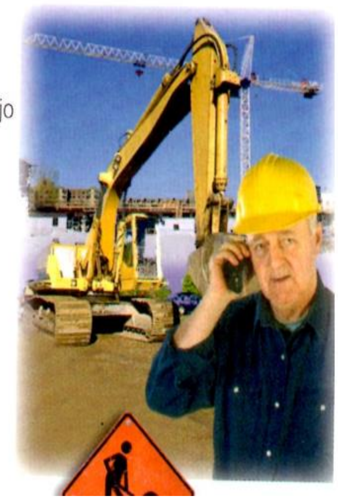
Ejemplo 22

Enunciado

En una obra necesitan excavar a una profundidad de 15 metros para colocar los cimientos de un edificio y construir los cuatro sótanos de éste. Si en hacer la excavación se demoraron 5 semanas, ¿a cuántos metros, por debajo del nivel de la calle, quedaba el fondo del hueco cada semana?

Solución

Podemos usar números relativos para representar esta situación.



Paso 1: identificamos el dato desconocido y le asignamos una letra.

Dato desconocido: cantidad de metros bajo el nivel de la calle que se perforan semanalmente.

Letra que lo representa: p.

Paso 2: identificamos los datos conocidos.

Datos conocidos: -15 (número relativo).

Paso 3: establecemos la operación que liga el dato desconocido con los conocidos.

Operación: multiplicación.

Paso 4: traducimos la relación descrita.

$5p = -15$

Resolvemos la ecuación usando la cancelación:

$5p = 5 \times -3$ Reescribimos a -15 como producto.

$p = -3$

Esto significa que cada semana el nivel bajó 3 metros. Por tanto, tenemos:

Profundidad bajo el nivel de la calle				
Primera semana	**Segunda semana**	**Tercera semana**	**Cuarta semana**	**Quinta semana**
3 m	6 m	9 m	12 m	15 m

Práctico lo que aprendí

Siguiendo cada uno de los pasos indicados en cada uno de los ejemplos expuestos realizo la siguiente actividad

ACTIVIDAD UNO

Taller de procesos

Comunicación

1. Representa con dibujos cada ecuación y el proceso de resolución, con las fichas.

a. $4b = 20$ b. $3h = -12$

c. $-2k = 14$ d. $-6d = 18$

e. $5c = 15$ f. $-4z = -16$

g. $-7v = 21$ h. $8b = -32$

2. Escribe la propiedad cancelativa de la adición y la de la sustracción.

3. ¿Por qué no se usan estas propiedades para resolver ecuaciones aditivas?

4. En el proceso de resolver cada ecuación, explica qué debe hacerse para reescribir el número a la derecha de la igualdad como cociente o como producto.

a. $-6h = 150$ b. $-8m = -168$

c. $b \div -7 = 241$ d. $n \div 8 = -182$

Conexiones

5. Resuelve cada ecuación; usa la propiedad cancelativa de la multiplicación.

a. $-16s = 496$ b. $6n = -96$

c. $-9q = -288$ d. $24j = -312$

e. $8p = 1008$ f. $-32g = 352$

g. $15t = -630$ h. $-30k = -420$

6. Resuelve cada ecuación; usa la propiedad cancelativa de la división.

a. $r \div -12 = 35$ b. $u \div 9 = -23$

c. $j \div -12 = -12$ d. $v \div 26 = -18$

e. $y \div -11 = -84$ f. $q \div 8 = 63$

g. $b \div -15 = -46$ h. $x \div 42 = -102$

7. ¿Qué número podemos colocar en el espacio para que la solución de la ecuación sea un número entero? Escoge dos números. Escribe cada uno y resuelve la ecuación resultante.

a. $3c = -$ ____ b. $7y =$ ____

c. $4h =$ ____ d. $-5j = -$ ____

e. $t \div -7 =$ ____ f. $p \div 8 = -$ ____

g. $u \div -4 = -$ ____ h. $w \div 6 =$ ____

8. ¿Qué número podemos escribir en cada paréntesis para que la solución de la ecuación sea un número entero? Escoge dos números. Coloca cada uno y resuelve la ecuación resultante.

a. $(-\square)b = 24$ b. $(\square)r = -72$
c. $(-\square)t = -100$ d. $(\square)\ q = -84$
e. $r \div (-\square) = 14$ f. $y \div (\square) = -13$
g. $p \div (\square) = 22$ h. $d \div (-\square) = -16$

Razonamiento lógico

9. Explica:

a. ¿Por qué la ecuación $0y = -32$ no tiene solución?

b. ¿Por qué la ecuación $0z = 0$ tiene muchas soluciones?

10. ¿Qué diferencia existe entre el proceso que realizaste para hallar el número para las cuatro primeras ecuaciones del ejercicio 7. y hallar el número para las últimas cuatro ecuaciones? Explica por qué.

11. Realiza el mismo análisis de la pregunta anterior, pero respecto al ejercicio 8.

Resolución de problemas

12. Sigue el esquema sugerido en la tabla 1.43; usa números relativos o signados para representar la situación. Resuelve la ecuación resultante.

Dato desconocido	Letra que lo representa	Datos conocidos (como número relativo o signado)	Operación que se menciona	Ecuación

Tabla 1.43

a. A 1100 metros bajo el nivel de la superficie se halló petróleo. Si en hacer la respectiva perforación tardan 55 días, ¿a cuántos metros debajo del nivel de la superficie se encuentra el taladro después de 24 días?

b. Del pozo se extraen alrededor de 510 metros cúbicos de petróleo en un mes. ¿Cuántos metros cúbicos se extraen en un día?

c. El precio del petróleo bajó 63 centavos de dólar en 1 semana. En promedio, ¿cuántos centavos de dólar bajó cada día?

d. El oleoducto Caño Limón – Coveñas mide 780 kilómetros. Si se ubican 26 marcas, a intervalos iguales, para indicar que por ahí pasa el oleoducto, ¿qué distancia hay entre marca y marca?

3. Escribe una ecuación y resuélvela.

a. El cociente de un número y negativo 24 es negativo 31. ¿Cuál es el número?

b. El producto de 52 y un número es negativo 728. Halla el número.

c. Cuando se divide un número por negativo 23, el resultado es igual al producto de negativo 7 por 15. ¿Cuál es el número?

d. El producto de un número y negativo 65 es igual a la suma de −1249 y 469. Halla el número.

14. Escribe un problema como los del ejercicio 13., para el cual la ecuación que se debe resolver es la dada. Soluciona la ecuación.

a. $-9y = 756$ b. $k \div -8 = -17$

c. $12x = -420$ d. $r \div 52 = -23$

CI: usa las propiedades de la cancelación para resolver ecuaciones; modela la ecuación y el proceso de resolución a través de dibujos.

CA: justifica afirmaciones respecto a ecuaciones con coeficientes y soluciones enteras, mediante conceptos de divisores y múltiplos.

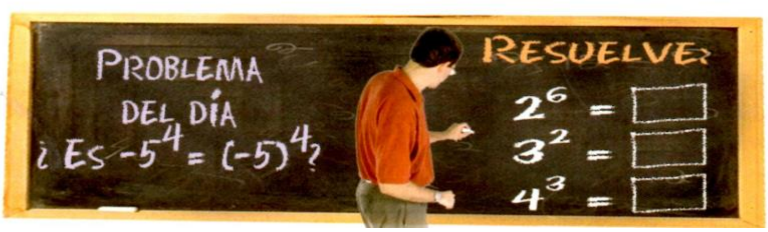
CP: inventa ecuaciones con soluciones enteras, usando conceptos de divisores y múltiplos.

¿Qué voy a aprender?

Estándar Pensamiento numérico

Potenciación

Logros: *encontrar potencias de números enteros y usar propiedades de la potenciación para simplificar expresiones.*



Una fábrica de galletas tiene cuatro máquinas; cada una empaca 4 paquetes con 4 galletas, en 1 minuto. ¿Cuántas galletas empacan en 4 minutos?

Para resolver este problema, debemos multiplicar:

4	×	4	×	4	×	4	=	256 galletas
Máquinas		Paquetes		Galletas por minuto		Minutos		

Cada cuatro minutos empacan 256 galletas.

Este producto se puede expresar usando la **potenciación**.

La operación de multiplicar el mismo factor varias veces se llama potenciación.

La notación correspondiente sería:

$$\text{Base} \rightarrow 4^{4 \rightarrow \text{Exponente}} = 256 \rightarrow \text{Potencia}$$

El número que se repite como factor recibe el nombre de **base**. El número que indica las veces que se repite el factor en el producto se denomina **exponente**. El resultado se llama **potencia**.

La base puede ser cualquier entero, positivo o negativo.

Ejemplo 23

Enunciado

Hallemos:

a. $(-6)^3$ b. $(-3)^4$

Solución

a. $(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = 36 \times -6 = -216$

b. $(-3)^4 = -3 \times -3 \times -3 \times -3 = (-3 \times -3) \times (-3 \times -3) = 9 \times 9 = 81$ ■

Como vemos, cuando la base es un entero negativo, la potencia puede ser positiva o negativa. Examinemos los exponentes y las potencias en la tabla.

$(-2)^2 = 4$	$(-2)^3 = -8$	$(-2)^4 = 16$	$(-2)^5 = -32$	$(-2)^6 = 64$	$(-2)^7 = -128$

Tabla 1.44

Comentario

El 1 se excluye como base porque toda potencia de 1 es igual a 1. Igualmente, toda potencia de 0, de exponente positivo, es igual a 0.

Conexión con la vida

En el 2002 había 42 millones de personas, en Europa, que hacían sus transacciones bancarias a través de la internet. Se prevé que el crecimiento de usuarios que utilizarán la banca electrónica crecerá exponencialmente, llegando, en el 2005, a 60 millones de personas. Esto significa que es posible modelar el crecimiento de la población de usuarios con una ecuación del tipo $N \times b^t$, es decir, el producto de un número entero positivo y una potencia de un número entero.

Cuando la base de una potencia es un entero negativo y el exponente es impar, la potencia es negativa. Si la base es un entero negativo y el exponente es par, el signo de la potencia es positivo.

Las propiedades de la multiplicación nos permiten establecer las propiedades de la potenciación.

Propiedad	Ejemplo	Formulación
Producto de potencias de igual base	$3^2 \times 3^3 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$ $= (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$ $= 3^5$	Cuando se multiplican dos potencias de la misma base, el resultado es una potencia, cuyo exponente es la **suma** de los exponentes de cada potencia.
Potencia de producto	$(-4 \times 3)^2 = (-4 \times 3) \times (-4 \times 3)$ $= (-4 \times -4) \times (3 \times 3)$ $= (-4)^2 \times 3^2$	Cuando se busca la potencia de un producto, se pueden multiplicar las potencias de cada factor.
Potencia de potencia	$((-5)^2)^3 = (-5)^2 \times (-5)^2 \times (-5)^2$ $= (-5 \times -5) \times (-5 \times -5) \times (-5 \times -5)$ $= (-5 \times -5 \times -5 \times -5 \times -5 \times -5)$ $= (-5)^6$	Cuando se busca la potencia de una potencia, el resultado es una potencia con la misma base, cuyo exponente es el **producto** de los exponentes.

¿Puedes explicar cuándo se usaron las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación en los ejemplos?

Así como el producto de potencias de un mismo número se puede simplificar, también el cociente de potencias se puede simplificar.

Propiedad	Ejemplo	Formulación
Cociente de potencias de igual base	$5^5 \div 5^3 = (5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5) \div (5 \times 5 \times 5)$ $= \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5}$ $= \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times 5 \times 5$ $= 1 \times 1 \times 1 \times 5^2 = 5^2$	Cuando se dividen dos potencias de la misma base, el resultado es una potencia, cuyo exponente es la **diferencia** de los exponentes de cada potencia.

Tabla 1.46

Volvamos ahora al *Problema del día*. Recordemos que el uso de paréntesis, cuando hay varias operaciones indicadas en una expresión, señala qué debe hacerse primero. A falta de paréntesis, existen unas reglas para el orden de las operaciones, las cuales resumimos en la tabla 1.47.

Orden de operaciones	
1.	Potenciación
2.	Multiplicaciones y divisiones
3.	Adiciones y sustracciones

Tabla 1.47

Según lo anterior, en la expresión -5^4 se debe, primero, hallar la potencia y, luego, tomar el opuesto de ésta.

$-5^4 = -(5 \times 5 \times 5 \times 5) = -625$

En cambio:

$(-5)^4 = (-5 \times -5 \times -5 \times -5) = 625.$

Por tanto: $-5^4 \neq (-5)^4$.

Ejemplo 24

Enunciado

Simplifiquemos cada expresión.

a. $-8 + 2 - 3^3 \times 4$ b. $6 + -4 \times 5^2 \div -10$

Solución

a. $-8 + 2 - 3^3 \times 4 = -8 + 2 - 27 \times 4$ Primero se determinan las potencias.

$= -4 - 108$ Se resuelven las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha.

$= -112$ Por último, se efectúan las adiciones y sustracciones.

b. $6 + -4 \times 5^2 \div -10 = 6 + -4 \times 25 \div -10$

$= 6 + -100 \div -10$

$= 6 + 10$

$= 16$ ■

Taller de procesos

Conexiones

1. Encuentra la potencia.

a. $(-6)^3$ b. 7^4
c. -3^4 d. 8^3
e. $(-9)^2$ f. $(-4)^5$
g. -2^4

2. Simplifica cada expresión y expresa cada respuesta como potencia.

a. $(-4)^2 \times (-4)^3$ b. $7^3 \times 7^3$
c. $((-5)^3)^4$ d. $\frac{8^6}{8^2}$
e. $\frac{(-9)^7}{(-9)^2}$ f. $(3^4)^2$
g. $(2^4)^2 \times 2^3$ h. $\frac{(-6)^8}{((-6)^2)^3}$
i. $((-3)^3)^5 \times ((-3)^2)^4$
j. $\frac{(2^3)^5}{(2^4)^2}$

3. Completa con el número que hace falt para que la expresión sea válida.

a. $(-3)^{\square} = -27$ b. $\square^4 = 16$
c. $6^{\square} = 1296$ d. $\square^5 = -32$
e. $12^{\square} = 12$ f. $\square^2 = 25$

4. Simplifica.

a. $6^3 \div 12 - 4 \times 3^3$
b. $24 + -4 \times 3^2 - 8^2 \div 2^4$
c. $-29 + 63 \div -7 + 5^2 \times -3$

5. Determina la relación de orden; escribe >, < o =, según corresponda.

a. 3^3 ___ 5^2
b. $(-2)^3$ ___ $(-5)^3$
c. $(-4)^3$ ___ -8^2
d. 7^3 ___ 5^4
e. $(-4)^3$ ___ $(-2)^5$

Comunicación

6. $4^2 = 2^4$. Entonces, ¿es cierto que si se intercambian el exponente y la base, los resultados son iguales? Explica tu respuesta.

7. ¿Cuáles de las fórmulas de área de figuras geométricas se pueden expresar mediante potencias?

8. Explica cómo se establece el orden entre potencias de diferente base, pero de igual exponente.

9. Mariana explica cómo procede ella para determinar la potencia de un entero negativo.

Primero determino el signo de la respuesta, mirando el exponente de la potencia. Luego, encuentro la potencia correspondiente al valor absoluto del entero.

¿Cuál de las siguientes igualdades expresa lo que dice Mariana?

$(-4)^3 = -4^3$ $\qquad$ $(-4)^3 = |(-4)^3|$

$(-4)^3 = (-1^3)4^3$ $\qquad$ $(-4)^3 = -|-4|^3$

Resolución de problemas

10. Expresa cada número como producto de potencias.

a. 800 $\qquad$ **b.** 75

c. 72 $\qquad$ **d.** 54

11. Cada uno de tres hermanos tiene 3 tarros con 3 bolas de tenis. ¿Cuántas bolas de tenis tienen?

12. Graciela hace un cuaderno de papel, a mano. Coloca hojas por grupos, cada uno de un color diferente, según el siguiente esquema:

blancas	azules	amarillas	rosadas
2	4	8	16

a. Si el siguiente color que usá es verde, ¿cuántas hojas coloca de ese color?

b. Por último, si coloca un grupo de 128 hojas, ¿cuántos colores usó?

c. ¿Cuántas hojas tiene el cuaderno?

13. Escribe paréntesis en cada expresión para obtener cada número dado.

a. $9 \times (-2)^3 + 5 \times 6^2 \div 18$

i. -62 $\qquad$ ii. -54

b. $-5^2 \times 2 + -3^2 \times 4$

i. -14 $\qquad$ ii. -700

14. Lorenzo ha diseñado un programa para hacer ejercicios. Durante la primera semana hace 3 flexiones diarias. En la segunda realiza 6 flexiones diarias. La tercera semana duplica el número de flexiones que hace diariamente. Y continúa así sucesivamente, es decir, cada semana duplica lo que hace en la anterior.

a. Escribe como producto de una potencia, el número de flexiones que hace diariamente.

b. Si decidió ponerse como meta hacer máximo 100 flexiones diarias, ¿en qué semana se acerca más a ese valor?

Razonamiento lógico

15. Simplifica cada cociente.

a. $\dfrac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3}$

b. $\dfrac{-4 \times -4 \times -4 \times -4}{-4 \times -4 \times -4 \times -4}$

c. $\dfrac{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}$

d. Reescribe cada cociente utilizando potencias. Luego, usa la propiedad de cociente de potencias para simplificar.

e. ¿A qué es igual 3^0? ¿$(-4)^0$? ¿8^0?

f. Escribe la propiedad de potencias que se describe en el punto anterior.

CI: usa las propiedades de potencias para resolver problemas y simplificar expresiones.
CA: analiza afirmaciones y expresiones que tienen potencias, para predecir resultados o justificar propiedades.
CP: determina la organización de los términos en un listado de operaciones, para obtener un resultado específico; propone estrategias para determinar orden entre potencias.