



GUÍA DE APRENDIZAJE No. 4

Grado:	9°
Área o asignatura:	Matemáticas
Fecha de recibido:	31 de agosto de 2020
Fecha de entrega:	30 de septiembre 2020
Docente:	Frederick Ramírez, Diego Bernal.
Objetivo de aprendizaje y/o DBA:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. ✓ Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

Sistema de ecuaciones lineales de 2 x 2

INTRODUCCIÓN



Este módulo te brinda la oportunidad para que apliques los conocimientos en matemáticas que hasta ahora has aprendido, en diferentes contextos de tu vida cotidiana. Aprenderás a resolver ejercicios con dos ecuaciones lineales y a utilizar diferentes métodos de solución, para poder aplicar estos métodos en la solución de problemas.

¿Qué voy a aprender?



Con la enseñanza de diferentes métodos algebraicos, profundizaremos en la práctica que nos lleve a la resolución de sistemas con dos incógnitas. Se trata de buscar maneras más sencillas en el manejo de las ecuaciones. Debemos tener en cuenta que una de las dificultades que más se presentan radica en olvidarnos de multiplicar un signo o escoger el método adecuado. Aunque hay que conocer estos métodos, podemos utilizar la calculadora como herramienta de apoyo para solucionar los sistemas, bien sea para solucionarlos o para poder realizar las comprobaciones de los ejercicios, de las ecuaciones o de los problemas que se plantean.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?



En esta guía encontrarás las siguientes secciones;

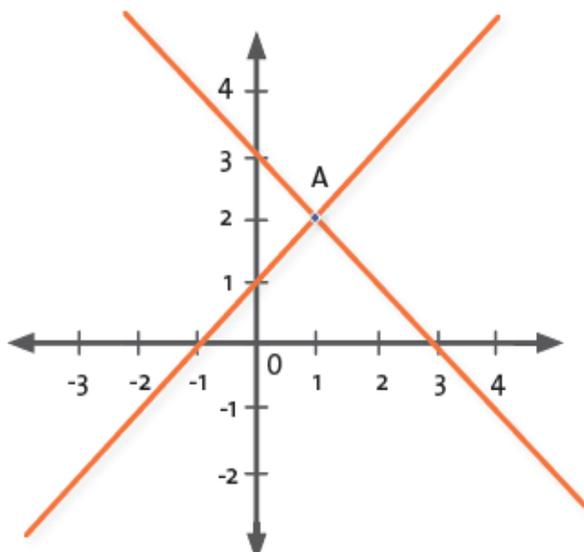
- ✓ *Ejército lo aprendido, con la cual podrás evaluar tu destreza en cuanto al trabajo que se realiza con el sistema de ecuaciones lineales y los diferentes métodos que se tienen para poder resolverlas.*
- ✓ *Sección Aplico lo aprendido: donde se proponen aplicaciones en las que combinarás tu habilidad manual y los conocimientos adquiridos.*
- ✓ *Sección Evaluación, en las que se proponen actividades con el fin de detectar los aspectos que debes reforzar con respecto a los números reales.*

Sistemas de ecuaciones de 2×2 .

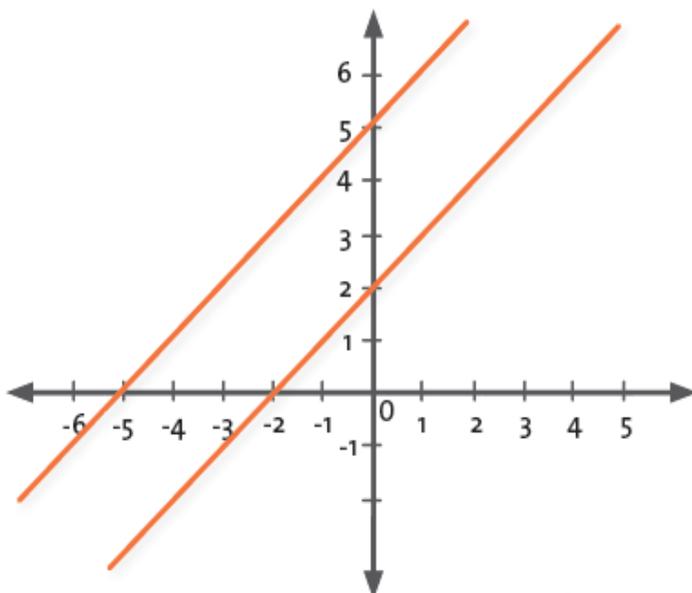


Cuando tenemos un sistema de ecuaciones lineales con dos variables y lo queremos representar en el plano cartesiano, podemos decir que la solución del sistema será el par o pares ordenados comunes a ambas rectas o el punto de intersección de las rectas.

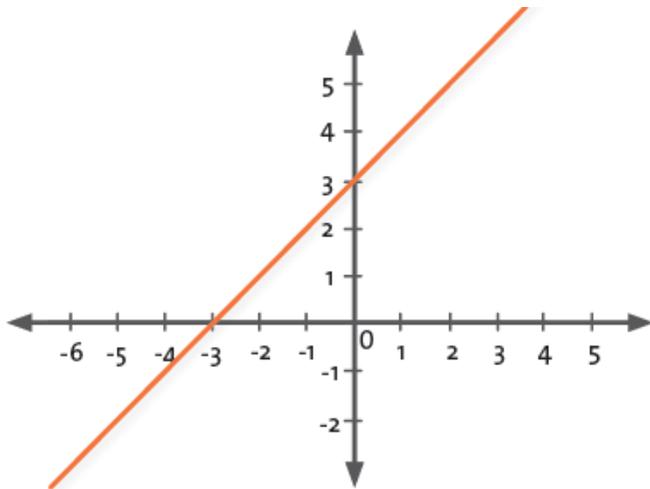
Cuando graficamos el sistema de ecuaciones, podemos encontrar tres diferentes representaciones:



Estas rectas se intersecan exactamente en un punto, es decir que este sistema **tiene exactamente una solución y se llama un sistema consistente.**



Las rectas presentadas, son rectas paralelas, es decir que no se intersecan, por tanto podemos decir que este sistema de ecuaciones **no tiene solución. Llamamos a este caso un sistema inconsistente.**



Cuando tenemos un sistema donde las rectas se ubican una sobre otra o son la misma, podemos decir que todo punto de la recta satisface las ecuaciones y son soluciones del sistema. **Es decir que tiene infinitas soluciones y lo llamamos un sistema dependiente de ecuaciones.**



Los sistemas de ecuaciones 2×2 consisten en que tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$\text{Ejemplo: } \begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$$

Para darle solución a este sistema de ecuaciones hay varios métodos como lo son: Igualación, Sustitución, Reducción y Determinantes.

Antes de comenzar con los sistemas de solución de ecuaciones, caractericemos lo que se ha trabajado:

Gráficas	Cantidad de soluciones	Clasificación
Rectas no paralelas.	Una solución.	Sistema consistente.
Rectas Idénticas.	Infinidad de soluciones.	Sistema dependiente y consistente.
Rectaselas.	No haysoluciones.	Sistema inconsistente.



Aprendamos algo nuevo

Método de Igualación

Este método consiste en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar las expresiones obtenidas.

Para dar solución al sistema de ecuaciones por este método es necesario seguir los siguientes pasos:

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.

2. Se resuelve la ecuación.
3. El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita.
4. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.
5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Observemos cómo se soluciona paso a paso.

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$

1. Despejamos, por ejemplo, la incógnita x de la primera y de la segunda ecuación:

$$3x - 4y = -6$$

$$2x + 4y = 16$$

$$3x - 4y + 4y = -6 + 4y$$

$$2x + 4y - 4y = 16 - 4y$$

$$3x = -6 + 4y$$

$$2x = 16 - 4y$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-6 + 4y}{3}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{16 - 4y}{2}$$

$$x = \frac{-6 + 4y}{3}$$

$$x = \frac{16 - 4y}{2}$$

2. Igualamos ambas expresiones: $\frac{-6 + 4y}{3} = \frac{16 - 4y}{2}$

3. Resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned} 2(-6 + 4y) &= 3(16 - 4y) \\ -12 + 8y &= 48 - 12y \\ -12 + 12 + 8y &= 48 - 12y + 12 \\ 8y &= -12y + 60 \\ 8y + 12y &= -12y + 12y + 60 \\ 20y &= 60 \\ \frac{20y}{20} &= \frac{60}{20} \\ y &= 3 \end{aligned}$$

4. Sustituimos el valor de y , en una de las dos expresiones en las que tenemos despejada la x :

$$x = \frac{-6 + 4(3)}{3}$$

$$x = \frac{-6 + 12}{3}$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

$$x = 2 \text{ y } y = 3$$



Actividad 1

Resuelve el sistema de ecuaciones lineales por el **método de Igualación**, dibuja el sistema y concluye si es un sistema inconsistente, consistente o dependiente.

$$\text{a. } \begin{cases} x + y = 60 \\ 16x + 20y = 1100 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$$

Método de Sustitución

Se basa en la tercera regla de los sistemas equivalentes. Es el método indicado cuando es fácil despejar una incógnita en la ecuación.

Para dar solución al sistema de ecuaciones por este método es necesario seguir los siguientes pasos:

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.
2. Se sustituye la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido se sustituye en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.
5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Observemos como se soluciona paso a paso el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 1.) 3x - 4y = -6 \\ 2.) 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

1. Despejamos una de las incógnitas en una de las dos ecuaciones, para esto escogemos la segunda ecuación para despejar la variable x .

En la ecuación 2 despejamos x :

$$2x + 4y = 16$$

$$2x = 16 - 4y$$

$$x = \frac{16 - 4y}{2}$$

$$x = 8 - 2y$$

Reemplazamos x en la ecuación número 1

$$\begin{aligned}3x - 4y &= -6 \\3(8 - 2y) - 4y &= -6 \\24 - 6y - 4y &= -6 \\24 - 10y &= -6 \\-10y &= -6 - 24 \\-10y &= -30 \\\frac{-10y}{-10} &= \frac{-30}{-10} \\y &= 3\end{aligned}$$

2. Sustituimos en la ecuación 1 la variable x , por el valor que se halló en la anterior, entonces:

$$\begin{aligned}3x - 4y &= -6 \\3x - 4(3) &= -6 \\3x - 12 &= -6 \\3x &= -6 + 12 \\3x &= 6 \\x &= 2\end{aligned}$$

1. La solución del sistema es $x = 2$ y $y = 3$



Actividad 2

Resuelve el sistema de ecuaciones lineales por el **método de Sustitución**, dibuja el sistema y concluye si es un sistema inconsistente, consistente o dependiente.

•

$$\text{a. } \begin{cases} x + y = 60 \\ 16x + 20y = 1100 \end{cases} \qquad \text{b. } \begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$$

Método de Reducción (Eliminación)

Consiste en obtener una ecuación con una sola incógnita, haciendo operaciones con las dos ecuaciones dadas.

Es necesario amplificar convenientemente una de las dos, de modo que los coeficientes de algunas de las dos variables sean opuestos. Al sumar las ecuaciones transformadas, la variable se elimina y es posible despejar la otra.

Para dar solución al sistema de ecuaciones por este método es necesario seguir los siguientes pasos:

1. Se preparan las dos ecuaciones, multiplicándolas por los números que convenga.
2. Las sumamos, y desaparece una de las incógnitas.
3. Se resuelve la ecuación resultante.
4. El valor obtenido se sustituye en una de las ecuaciones iniciales y se resuelve.
5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Observemos como se soluciona paso a paso el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

1. Se igualan los coeficientes de una incógnita, para que los coeficientes en ella sean opuestos.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 & \xrightarrow{\text{multiplicar por } 2} & 6x - 8y = -12 \\ 2x + 4y = 16 & \xrightarrow{\text{multiplicar por } (-3)} & -6x - 12y = -48 \end{cases}$$

2. Se suman las dos ecuaciones y se despeja

$$\begin{cases} 6x - 8y = -12 \\ -6x - 12y = -48 \\ \hline -20y = -60 \end{cases}$$

3. Se resuelve la ecuación resultante y así obtendremos el valor de una incógnita.

$$-y = -\frac{60}{20} \text{ Simplificando } y = 3$$

Recuerda que debes multiplicar por -1 la expresión $-y = -60/20$



Actividad 3

Resuelve el sistema de ecuaciones lineales por el **método de Reducción**, dibuja el sistema y concluye si es un sistema inconsistente, consistente o dependiente.

$$\text{a. } \begin{cases} x + y = 60 \\ 16x + 20y = 1100 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$$

Compara los resultados obtenidos en las actividades 1, 2 y 3, saca tus propias conclusiones

Actividad 4

Elabora un mapa conceptual en donde puedas establecer cuáles son los diferentes métodos de solución es un sistema de ecuaciones de 2 x 2 trabajados en la guía. Establece cuál es la importancia que tiene cada uno de los métodos de solución.

Actividad 5

Siguiendo los pasos anteriores resuelve los siguientes ejercicios por cualquiera de los métodos vistos anteriormente. (Igualación, sustitución, reducción)

$$1. \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = 2y + 3 \\ y = x \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x + y = 6 \\ 6x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 9x + 2y = 0 \\ 3x - 5y = 17 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

REFERENCIAS

Ministerio de Educación Nacional. (2010). Matemáticas 9°. Post-primaria Rural. Dirección de Calidad para la Educación. Bogotá DC. 22 - 29 pp.

