REPÚBLICA DE COLOMBIA
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE PALMIRA
“INSTITUCIÓN EDUCATIVA “DE ROZO”
Aprobada por Resolución Nº 0835 del 20 de FEBRERO de 2.017

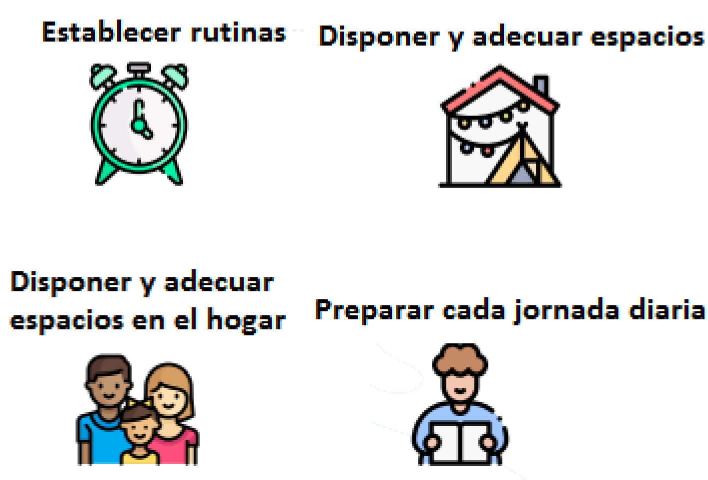
GUÍA DE APRENDIZAJE No. 5

Grado:	Noveno
Área o asignatura:	Matemáticas
Docente:	Daniela Rayo Álvarez
Fecha de recibido:	
Fecha de entrega:	
Nombre del estudiante:	
Objetivo de aprendizaje y/o DBA:	Identificar diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

Preparándonos como familia para el trabajo académico en casa, y el aprendizaje autónomo

La implementación del plan de trabajo académico en casa, la educación y aprendizaje en casa y el aprendizaje autónomo no será sencillo, y constituye un gran reto para los maestros, familias, y niños, niñas, adolescentes y jóvenes. Es fundamental trabajar en equipo y de manera coordinada para alcanzar los logros propuestos.

Para dar inicio a la nueva estrategia, se recomienda:



Recursos actividades para desarrollar en familia

En los momentos dispuestos para el descanso y para compartir en familia pueden realizarse las siguientes actividades:

1. Conversar sobre cuál fue la actividad del día que más le gustó y cuál la que menos le gustó.
2. Escribir en un diario donde registren las cosas que están viviendo. Lo que les preocupa y de qué se sienten agradecidos.
3. Realizar en familia Juegos tradicionales (stop, triqui, adivinanzas, juegos de mesa) o retos mentales (adivinanzas, resolver problemas matemáticos, aprender trabalenguas, etc).
4. Hacer experimentos en familia, escribir o narrar historias colectivas.
5. Escuchar música, realizar ejercicios o actividad física solos o en familia. Se recomienda aquellas que estimulen mayor alegría, por ejemplo: cantar y bailar.

¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

Con la enseñanza de diferentes métodos algebraicos, nos adentraremos en la práctica que nos lleve a la resolución de sistemas con tres incógnitas. Se trata de buscar la manera más sencilla en el manejo de las ecuaciones y debemos tener en cuenta que una de las dificultades que más se presenta, radica en no olvidarnos de multiplicar un signo o escoger el método adecuado.

Aunque hay que conocer estos métodos, podemos utilizar la calculadora como herramienta de apoyo para solucionar los sistemas o para poder realizar las comprobaciones, bien sea de los ejercicios de las ecuaciones o de los problemas que se plantean.

Sistema de Ecuaciones 3x3

Cuando vamos a evaluar determinantes de una matriz de 3 x 3, utilizamos un procedimiento muy parecido al anterior. Para poder seguir, vamos a incluir un nuevo término, el determinante menor de a_1, que podemos encontrar tachando los elementos del mismo renglón y la misma columna donde aparece el término a_1, los términos que quedan sin tachar, se les llama el determinante menor. Para encontrar los determinantes menores utilizamos el mismo proceso. Observemos de manera general como lo hacemos:

Lo que sabemos

Tenemos el siguiente determinante

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Hallamos el menor de a_1

$$\begin{vmatrix} \cancel{a_1} & \cancel{b_1} & \cancel{c_1} \\ \cancel{a_2} & b_2 & c_2 \\ \cancel{a_3} & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \text{Determinante menor de } a_1$$

Hallamos el menor de a_2

$$\begin{vmatrix} \cancel{a_1} & b_1 & c_1 \\ \cancel{a_2} & \cancel{b_2} & \cancel{c_2} \\ \cancel{a_3} & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \text{Determinante menor de } a_2$$

Cuando hallamos los determinantes menores, podemos evaluar el determinante de la primera columna, es decir el determinante de la columna donde está , de esta manera tenemos que:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \underbrace{\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}}_{\boxed{\text{Determinante menor de } a_1}} - a_2 \underbrace{\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}}_{\boxed{\text{Determinante menor de } a_2}} + a_3 \underbrace{\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}_{\boxed{\text{Determinante menor de } a_3}}$$

Aprendamos algo nuevo

Mostraremos de forma general como resolver un sistema de ecuaciones de 3 x 3 a partir de la regla, después mostraremos un ejemplo que los ilustrara mejor.

Si tenemos un sistema de ecuaciones de 3 x 3 como el siguiente:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z &= d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z &= d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z &= d_3 \end{aligned}$$

Planteamos cada uno de los determinantes del sistema como:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad |A_x| = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad |A_y| = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad |A_z| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Y a partir de los determinantes, podemos establecer al valor de cada variable del sistema de ecuaciones:

Ejemplo

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones utilizando determinantes.

Resolvamos

$$\begin{cases} x + 4y - 3z = -6 \\ 2x - 8y + 5z = 12 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

Identificamos las constantes para poder armar la matriz de 3 x 3.

$$a_1 = 1 \; b_1 = 4 \; c_1 = -3 \; d_1 = -6$$
$$a_2 = 2 \; b_2 = -8 \; c_2 = 5 \; d_2 = 12$$
$$a_3 = 3 \; b_3 = 4 \; c_3 = -2 \; d_3 = -3$$

Después de organizar las constantes, comenzaremos con el desarrollo de los determinantes menores del primer renglón para evaluar a $|A|$, $|A_x|$, $|A_y|$, $|A_z|$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 2 & -8 & 5 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -8 & 5 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} -2 \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} +3 \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 5 \end{vmatrix}$$

$|A| = 1[(-8)(-2)-(4)(5)] - 2[(4)(-2)-(4)(-3)] +3[(4)(5)-(-8)(-3)]$

$|A| = 1[16 - 20]-2[-8+ 12] + 3[20-24]$

$|A| = 1(-4)-2(4) +3(-4)$

$|A| = -4 - 8 -12$

$|A| = -24$

Reemplazamos de acuerdo a $|A_x| = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ y desarrollamos

$$|A_x| = \begin{vmatrix} -6 & 4 & -3 \\ 12 & -8 & 5 \\ -3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -6 \begin{vmatrix} -8 & 5 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} -12 \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} -3 \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 5 \end{vmatrix}$$

$|A_x| = -6[(-8)(-2)-(4)(5)] - 12[(4)(-2)-(4)(-3)] -3[(4)(5)-(-8)(-3)]$

$|A_x| = -6[16 - 20]-2[-8+ 12] - 3[20 -24]$

$|A_x| = -6(-4) -12(4) -3(-4)$

$|A_x| = 24 - 48 +12$

$|A_x| = -12$

Reemplazamos de acuerdo a $|A_y| = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$ y desarrollamos

$$|A_y| = \begin{vmatrix} 1 & -6 & -3 \\ 2 & 12 & 5 \\ 3 & -3 & -2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 12 & 5 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} -2 \begin{vmatrix} -6 & -3 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} +3 \begin{vmatrix} -6 & -3 \\ 12 & 5 \end{vmatrix}$$

$|A_y| = 1[(12)(-2)-(-3)(5)] - 2[(-6)(-2)-(-3)(-3)] +3[(-6)(5)-(12)(-3)]$

$|A_y| = 1[-24 + 15] -2[12 -9] + 3[-30 + 36]$

$|A_y| = 1(-9) - 2(3) +3(6)$

$|A_y| = -9 - 6 +18$

$|A_y| = 3$

Por último, reemplazamos de acuerdo a $|A_z| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$ y desarrollamos

$$|A_z| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -6 \\ 2 & -8 & 12 \\ 3 & 4 & -3 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} -8 & 12 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} -2\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} +3\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -8 & 12 \end{vmatrix}$$

$|A_z| = 1[(-8)(-3)-(4)(12)] - 2[(4)(-3)-(4)(-6)] +3[(4)(12)-(-8)(-6)]$

$|A_z| = 1[24 - 48] -2[-12 + 24] + 3[48 - 48]$

$|A_z| = 1(-24) - 2(12) -3(0)$

$|A_z| = -24 - 24 +0$

$|A_z| = -48$

De esta manera tenemos que: $|A| = -24$, $|A_x| = -12$, $|A_y| = 3$, $|A_z| = -48$

Por lo tanto: $x = \dfrac{|A_x|}{|A|} = \dfrac{-12}{-24} = \dfrac{1}{2}$; $\quad y = \dfrac{|A_y|}{|A|} = -\dfrac{3}{24} = -\dfrac{1}{8}$; $\quad z = \dfrac{|A_z|}{|A|} = -\dfrac{-48}{-24} = 2$

La solución del sistema es: $\left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{8}, 2\right)$

Material de apoyo:

- https://www.youtube.com/watch?v=lLPcHVAqY80
- https://www.youtube.com/watch?v=91xUg1L7O7s

Ejercitemos lo aprendido

Actividad

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de determinantes

a. $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x + y - 2z = -5 \\ 2x + y + 3z = 16 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 3x - y = -4 \end{cases}$ d. $\begin{cases} 5p - 4q + 3r = 9 \\ 2p + q - 2r = 1 \\ 4p + 3q + 4r = 1 \end{cases}$

e. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x - 3y = 12 \end{cases}$ f. $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$ g. $\begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ x + 2y - 2z = -1 \\ 2x - 3y + z = -1 \end{cases}$ h. $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$

Evaluemos

AUTOEVALUACIÓN

Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste ¡Debes de ser muy sincero!

1. ¿Qué fue lo que más te causo dificultas al resolver las actividades de la guía?
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
3. ¿Qué fue lo que te gustó del trabajo en casa en la guía?
4. Con tus palabras escribe qué aprendiste
5. ¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para que entiendas mejor lo que se te propone?

Bibliografía

Ministerio de Educación Nacional. (2020). Postprimaria Rural – Matemáticas 9°. Bogotá, Colombia: ISBN libro: 978-958-691-422-2.