



REPÚBLICA DE COLOMBIA  
 SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE PALMIRA  
 “INSTITUCIÓN EDUCATIVA “DE ROZO”  
 Aprobada por Resolución N° 0835 del 20 de febrero de 2017



## GUÍA DE APRENDIZAJE No. 4

**Duivan Anderson Alvarez**

Grado:	<b>Once</b>
Área o asignatura:	<b>Pensamiento lógico (geometría analítica)</b>
Fecha de recibido:	<b>21 de julio 2020</b>
Fecha de entrega:	<b>Dos semanas a partir de la entrega.</b>
Nombre del estudiante:	
Objetivo de aprendizaje y/o DBA:# 6	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar la elipse con centro en <math>(h,k)</math>.</li> <li>• Hacer uso de ecuaciones para representar la elipse en el plano cartesiano.</li> <li>• Modelar objetos geométricos en diversos O. sistemas de coordenadas (cartesiano, polar, esférico) y realiza comparaciones y toma decisiones con respecto a los modelos.</li> </ul>

### INTRODUCCIÓN



En esta guía vas a aprender a interpretar y comprender lo que es una elipse. Ponle mucha atención a las notas que iré dejando para que tu trabajo sea optimizado.

#### Momento de reflexión

***“Sal de casa y sonrío.***

***Sonríe a los problemas, a los imprevistos,***

***al mal tiempo, y a las personas...***

***Al finalizar el día, quizás descubras que no cambió nada, pero tú habrás sonreído.”***

## ¿Qué voy a aprender?



Resuelve las siguientes preguntas.

- ¿Podría afirmarse que una circunferencia es un caso especial de elipse? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la ecuación canónica de la elipse con centro  $(h, k)$ ? ¿Cómo quedan determinados sus elementos?

## Lo que estoy aprendiendo



## Ecuación canónica de la elipse con centro en $(h, k)$

### 12.1 Elipse con centro en $(h, k)$ y eje focal paralelo al eje

Al analizar la gráfica de la elipse con centro en  $(h, k)$  y eje focal paralelo al eje que se presenta en la Figura 5.112, se deduce que cada una de las coordenada de los elementos sufre una alteración en  $h$  y  $k$  unidades.

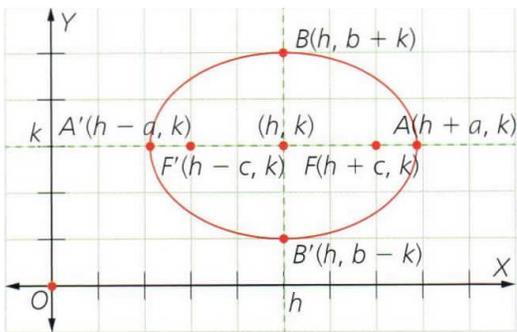


Figura 5.112

Centro:  $(h, k)$

Focos:  $F'(h-c, k)$

y  $F(h+c, k)$

Vértices:  $A'(h-a, k)$  y  $A(h+a, k)$

$B'(h, b+k)$  y  $B(h,$

$b+k)$

Longitud eje mayor:  $2a$

Longitud eje

menor:  $2b$

Ecuación del eje focal:  $y = k$

Longitud lado

$$\text{recto: LR} = \frac{2b^2}{a}$$

La ecuación canónica también sufre una alteración al realizarse una traslación de ejes en  $h$  y  $k$  unidades.

La ecuación canónica de la elipse con centro en  $(h, k)$  y eje focal paralelo al eje  $X$  es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{con } a > b > 0 \quad \text{y} \quad a^2 + b^2 = c^2$$

La excentricidad  $e = \frac{c}{a}$  define el mayor o menor achatamiento de la curva.

- Si  $c$  tiende a 0, la excentricidad tiende a 0 y la elipse es menos achatada.
- Si  $c = 0$ , los dos focos coinciden en el centro y la elipse se convierte en una circunferencia.
- Cuando  $c$  tiende a  $a$ , la excentricidad tiende a 1, los focos se acercan a los vértices y la elipse adopta una forma más achacada.

### Ejemplo 1

Para determinar los elementos y realizar la representación gráfica de la elipse

cuya ecuación es  $\frac{(x-h)^2}{9} + \frac{(y-k)^2}{5} = 1$  se expresa 9 como  $3^2$  y 5 como  $(\sqrt{5})^2$  de donde

se obtiene: 
$$\frac{(x-2)^2}{3^2} + \frac{(y+3)^2}{(\sqrt{5})^2} = 1$$

Centro: (2, -3)

$$a = 3, b = \sqrt{5} \quad \text{y} \quad c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$$

Focos:  $F'(0, -3)$  y  $F(4, -3)$

Vértices:  $A'(-1, -3)$  y  $A(5, 3)$

$$B'(2, \sqrt{5} - 3) \text{ y } B(2, \sqrt{5} + 3)$$

Longitud eje mayor: 6

$$\text{Longitud eje menor: } 2\sqrt{5}$$

Ecuación del eje focal:  $y = -3$

$$\text{Longitud del lado recto LR} = \frac{10}{3}$$

Excentricidad:  $e = \frac{2}{3}$

La Figura 5.113 muestra la gráfica de la elipse.

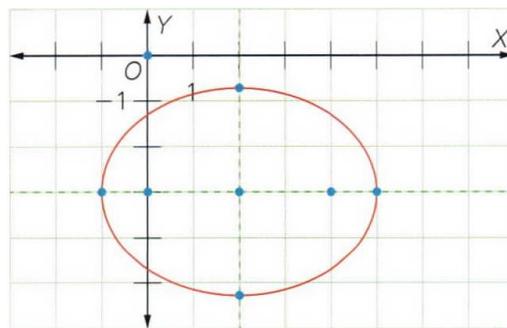


Figura 5.113

## 12.2 Elipse con centro en (h, k) y eje focal paralelo al eje Y

Al analizar la gráfica de la elipse con centro en  $(h, k)$  y eje focal paralelo al eje  $Y$  que se presenta en la Figura 5.114, se infiere que:

Centro  $(h, k)$

Focos  $F'(h, k-c)$  y  $F(h, k+c)$

Vértices:  $A(h, k-a)$  y  $A(h, k+a)$

$B'(h-b, k)$  y  $B(h+b, k)$

Longitud eje mayor:  $2a$

Longitud eje menor:  $2b$

Ecuación del eje focal  $x = h$

Longitud lado recto  $LR = \frac{2b^2}{a}$

Igual que en el caso anterior, la ecuación canónica sufre una alteración al realizarse una traslación en los ejes en  $h$  y  $k$

La ecuación canónica de la elipse con centro en  $(h, k)$  y eje focal paralelo al eje focal paralelo al eje

$Y$  es:  $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$  con  $a > b > 0$  y  $a^2 + b^2 = c^2$

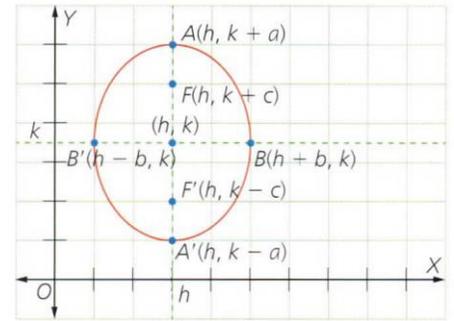


Figura 5.114

### Ejemplo 2

Para determinar la ecuación y los elementos de la elipse representada en la i Figura 5.115, se identifican los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ , de  $h$  y  $k$  en dicha elipse.

• Como la longitud del eje mayor es  $2a$  y en la gráfica  $2a = 10$ , entonces  $a = 5$ . Por su parte, la longitud del eje menor es  $2b = 8$ , entonces  $b = 4$ .

Por lo tanto,  $c = 3$ .

• Como  $A(h, k+a)$  y en la gráfica  $A(-2, 10)$ , se deduce que  $h = -2$ . Al hacer el mismo procedimiento con  $B$  se deduce que  $k = 5$ . Por lo tanto,  $(h, k) = (-2, 5)$

• Los focos son  $F'(h, k-c) = (-2, 2)$  y  $F(h, k+c) = (-2, 8)$ .

• Por consiguiente, la ecuación de la elipse es:  $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$

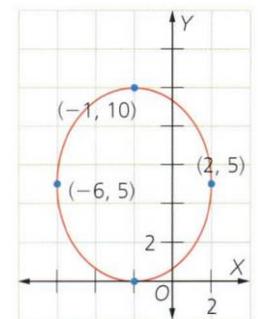


Figura 5.115

### Ejemplo 3

Para determinar la ecuación canónica de la elipse si sus vértices sobre el eje mayor son (3, 6) y (3, -2) y el lado recto mide 6. se lleva a cabo el siguiente procedimiento.

Para hallar el centro (h, k), se halla el punto medio de los vértices dados.

$$\frac{(3+3)}{2} = 3 \text{ y } \frac{6+(-2)}{2} = 2 \text{ por tanto } (h, k) = (3, 2)$$

La longitud del eje mayor se obtiene así:  $|6 - (-2)| = 8$  entonces  $a = 4$ . Como  $a = 4$  y  $LR = 6$  se

tiene que  $\frac{2b^2}{4} = 6$  de donde se obtiene que  $b = 2\sqrt{3}$

Por tanto, la ecuación canónica de la elipse es:  $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$ , la gráfica se presenta

en la figura 5.116

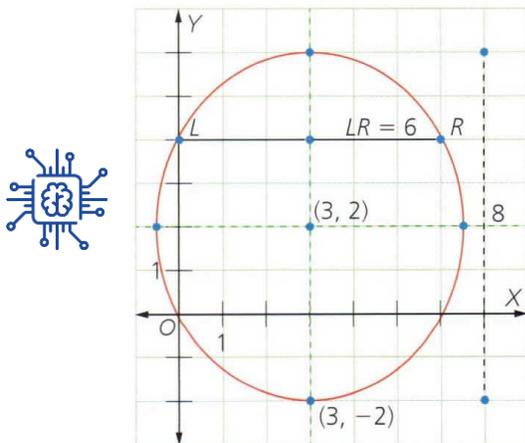


Figura 5.116

## ***Practico lo que aprendi***

Resuelve las actividades de aprendizaje de la pagina 196 del libro vamos a aprender matemáticas.

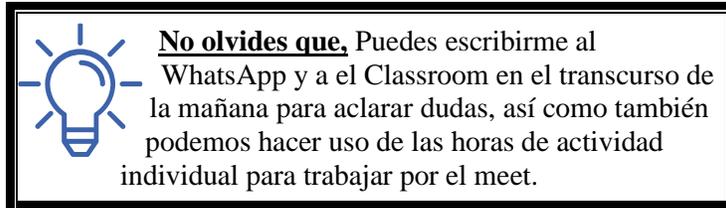
**Nota:** Recuerda revisar y seguir las orientaciones de todo lo que has ido aprendiendo para que sea mas efectivo el aprendizaje con lo que vas a practicar.

## ¿Cómo sé que aprendí?



Responde y completa las siguientes preguntas que te permitirán saber que tanto has aprendido de esta guía.

1. ¿Cuáles son las principales partes de la elipse?
2. Resuelve la evaluación de aprendizaje de la página 197



## ¿Qué aprendí?



Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste *¡Debes de ser muy sincero!*

1. ¿Qué fue lo que más te causó dificultades al resolver las tareas de la guía?
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
3. ¿Qué fue lo que te pareció más fácil en la guía?
4. Con tus palabras escribe qué aprendiste
5. ¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para que entiendas mejor lo que se te propone?

## Referencias

Educación, M. d. (2008). Contenidos para aprender.

MIeducación. (2015). *Vamos a aprender matemáticas 11*. Bogota: Graphics.